

FK4010 - Elektromagnetism, Fysikum, Stockholms universitet
Dugga 2, Fredag, 21 februari 2014, kl 10:00 - 12:00

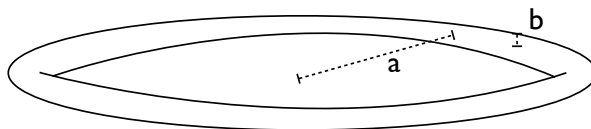
Förklara tydligt ditt resonemang och ge rätt enhet när det behövs.

Erhållna poäng räknas om till tentamenspoäng (bonus) vid tentamenstillfällena under 2014.

Tillåtna hjälpmedel: Physics handbook eller motsvarande, anteckningarna och en kalkylator.

Lycka till! Eddy

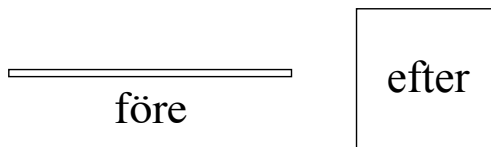
- (1 p) Genom en lång, rak tråd går en ström I . Använd Biot-Savarts lag för att bestämma riktningen av det magnetiska fältet i en punkt bredvid tråden. Gör en tydlig skiss för att förklara ditt resonemang!
- (1 p) En toroid spole har en radie a , och cirkelformig tvärrsnitt med radie b (se figuren). Du får anta att $a \gg b$. Spolen har totalt n_t varv. Det magnetiska fältet i en sådan spole ges av $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 n_t I}{2\pi r} \hat{\phi}$, med r avståndet till axeln, och I strömmen. Gör en lämplig approximation för att beräkna spolens självinduktans.



- Magnetiskt dipolmoment av en spole.
 - (0.5 p) Genom en cirkulär spole med 30 varv och radie $R = 5.0$ cm går en ström $I = 2$ A. Bestäm det magnetiska dipolmomentet av spolen.
 - (0.5 p) Spolen befinner sig i ett *externt* konstant magnetiskt fält med styrkan $B = 0.2$ T. Vad är det maximala vridmomentet på spolen, och i vilken konfiguration förekommer det?
- (1 p) Vi har ett batteri med en okänd inre resistans R_i och elektromotorisk spänning \mathcal{E}_b . Om vi ansluter en motstånd med resistans $R_1 = 3.0 \Omega$ blir strömmen $I_1 = 6.0$ A. Om vi ansluter en motstånd med resistans $R_2 = 11 \Omega$ blir strömmen $I_2 = 3.0$ A. Bestäm batteriets inre resistans R_i och elektromotoriska spänningen \mathcal{E}_b .
- Ett statiskt magnetiskt fält i ett område kring origo ges, i kartesiska koordinater, av $\vec{B} = k(-2x^2, 2xy + z^2, 2xz - y^2)$, med k en konstant.
 - (0.5 p) Förklara varför \vec{B} är ett vettigt magnetiskt fält.
 - (0.5 p) Bestäm strömtätheten som ger upphov till detta fält.
- Växelspänning
 - (1 p) En motstånd $R = 10 \Omega$ och en spole med självinduktans $L = 1.73$ mH är kopplade i serie till en källa som ger en spänning $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$, med $V_0 = 100$ V, och $\omega = 1.0 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. Bestäm strömmen genom kretsen, båda amplituden och fasen. Ligger strömmen före eller efter spänningen?

Var god vänd!

7. En trådslinga befinner sig i ett konstant och homogent magnetiskt fält, som är vinkelrätt mot slingan, och ut ur pappret. Man ändrar slingans form på följande sätt:



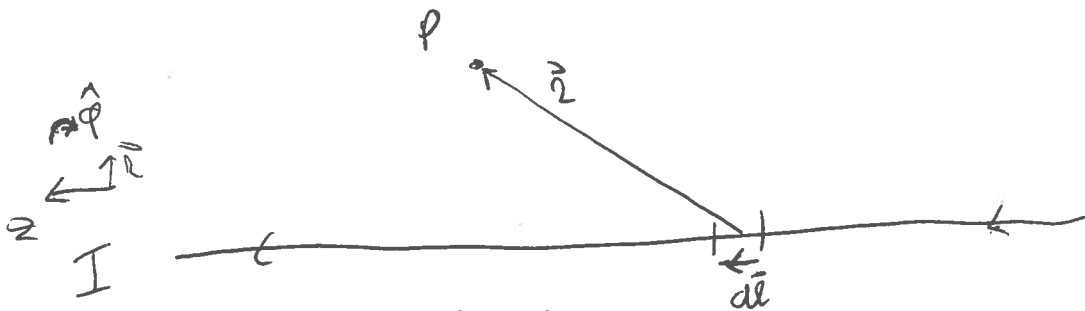
- a. (0.5 p) Åt vilket håll går strömmen som finns i slingan under tiden dess form ändras?
- b. (0.5 p) Vilken fysikalisk process ger upphov till fältet som driver denna ström?
8. En metallisk ring har en radie a , och en resistans R . Det finns ett homogent magnetiskt fält vinkelrätt mot ringen, som är tidsberoende, $B(t) = \alpha t^2$, med α en konstant.
- a. (0.5 p) Åt vilket håll går den inducerade strömmen i ringen (gör en tydlig skiss)?
- b. (0.5 p) Hur stor är den inducerade strömmen?

1) Biot-Savarts lag.

$d\vec{B}(P)$ p.g.a. en 'ström-bit' vid $d\vec{l}$:

$$d\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}, \quad \text{med } \hat{r} \text{ vektor från } d\vec{l} \text{ till } P.$$

För en lång, rak tråd:



Riktning av $d\vec{l} \times \hat{r}$ är in i pappret, oberoende av var $d\vec{l}$ ligger. Så, \vec{B} är in i pappret. I cylindriska koordinater har vi alltså $\vec{B} \parallel \hat{\phi}$ (riktning: högerhandsregeln)

2) Självindukans ges av $\Phi = LI$, med Φ flödet genom spolen, p.g.a. strömmen I .

Om $a \gg b$, kan vi anta att \vec{B} är konstant inuti spolen.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I n_t}{2\pi a} \hat{\phi}. \quad \hat{\phi} \perp \text{ varen, så flödet genom ett varv:}$$

$$\Phi_i = \frac{\mu_0 n_t}{2\pi a} \pi b^2 I. \quad \text{Så, } \Phi_i = \frac{\mu_0 n_t^2 b^2}{2a} I, \text{ eller}$$

$$L = \frac{\mu_0 n_t^2 b^2}{2a}.$$

3) a) Det dipolmomentet av ett varv

är $m = IA$, med A arean;

för N_t varv: $m = N_t IA$. Riktning av \vec{m} :

Vinkelrätt mot spolen: 

$$m = 30 \cdot 2 \cdot \pi (0.05)^2 = 0.47 \text{ A m}^2$$

b) Vridmomenter på en dipol: $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$,

När den är maximal när \vec{m} och \vec{B} är vinkelrätt.
($|\vec{T}|$)

$$\text{Max belopp: } 9.4 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \quad (= |\vec{m}| |\vec{B}|)$$

4) Kretsen:



Kirchhofs spänningslag: $E_b - I_j(R_i + R_j) = 0 \quad j=1,2.$

$$\text{Så: } E_b = 6.0 (R_i + 3.0)$$

$$E_b = 3.0 (R_i + 11)$$

$$\text{Detta ger: } R_i = 5.0 \Omega; \quad E_b = 48 \text{ V}$$

5) a) \vec{B} ges av $\vec{B} = k(-2x^2, 2xy + z^2, 2xz - y^2)$

\vec{B} uppfyller $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ (inga mag. monopoler).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = k(-4x + 2x + 2x) = 0.$$

Så \vec{B} är ett vektorfält.

b) Ampères lag:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}, \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}, \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right)$$

$$= (-2y - 2z, 0 - 2z, 2y - 0)$$

$$\text{Så, } \vec{J} = \frac{-2k}{\mu_0} (y + z, z, -y)$$

6 Kretsen:



$V(t) = V_0 \cos(\omega t)$, så vi skriver: $V(t) = V_0 e^{i\omega t}$

$$Z_t = R + i\omega L = 10 + i\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 10(1 + \sqrt{3}i)$$

$$R = 10 \Omega$$

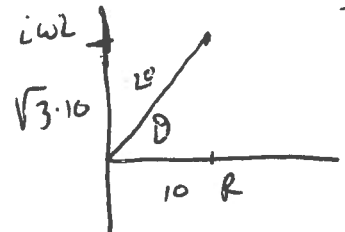
$$L = 1.73 \cdot 10^{-3} \approx \sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$|Z_t| = 20; \vartheta = \pi/3$$

$$Z_t = 20 e^{i\pi/3}$$

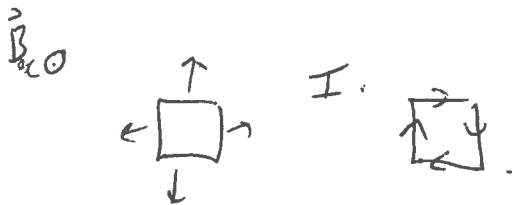
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100 e^{i\omega t}}{20 e^{i\pi/3}} = 5 e^{i(\omega t - \pi/3)}$$

är: $I(t) = 5 \cos(\omega t - \pi/3)$, $I_0 = 5 \text{ A}$; fasen: $\omega t - \pi/3$, strömmen ligger efter V !



71

- a) Areal av slingan blir större, så flödet genom slingan ökas. Lenz lag säger att den inducerade strömmen motverkar denna ökning, så I är så att den är skapar ett \vec{B} -fält in i pappret. Strömmen är med urs!



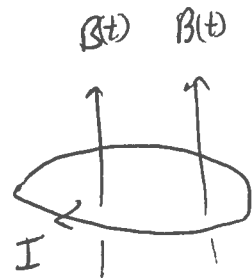
- b) \vec{B} -fältet (esdenn) är konstant, och slingan rör sig i fältet, så det finns en Lorentskraft som ger upphov till en rörelse ems.

8 a) \vec{B} -fältet genom ringen ökas:

$$\frac{dB}{dt} = 2\alpha t, \text{ med } \alpha > 0.$$

Så $\frac{d\Phi}{dt}$ genom ringen är > 0 .

Lenz lag säger att I blir medurs, för att motverka ändringen i flödet.
 ↑ inducerade strömmen



- b) Den inducerade spänningen: $\mathcal{E} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Så, storleken av strömmen: $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R}$, med

$$|\mathcal{E}| = \frac{d}{dt} \pi a^2 B(t) = 2\pi a^2 \alpha t, \text{ så } I(t) = \frac{2\pi a^2 \alpha t}{R}.$$