

FK4010 - Elektromagnetism, Fysikum, Stockholms universitet
Dugga 1, måndag, 02 februari 2015, kl 10:00 - 12:00

Beräkningar och resonemang får vara kortfattade, men måste tillåta en bedömning. Ge rätt enhet när det behövs.

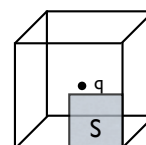
Erhållna poäng räknas om till tentamenspoäng (bonus) vid tentamenstillfällena under 2015.

Tillåtna hjälpmedel: Physics handbook eller motsvarande, läroboken eller dina föreläsningss anteckningarna och en kalkylator.

Dyggan består av åtta frågor.

Lycka till! Eddy

1. Tre laddningar befinner sig på de olika hörnen av en liksidig triangel med sidan 1 m. Två laddningar ha laddning $+1.0 \cdot 10^{-8} \text{C}$, den tredje $-1.0 \cdot 10^{-8} \text{C}$. Vad är den potentiella energien av systemet? Du får använda att $1/(4\pi\epsilon_0) \approx 9.0 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$.
2. En plattkondensator består av två plattor med area $A = 50 \text{cm}^2$. Avståndet mellan plattorna är $d = 1.0 \text{mm}$. Mellan plattorna finns ett linjärt dielektrikum med relativ permittivitet $\epsilon_r = 5$. Du får använda att $\epsilon_0 \approx 9 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/(\text{Nm}^2)$
 - a. (0.5 p) Beräkna kondensatorns kapacitans.
 - b. (0.5 p) Kondensatorn laddas upp till 25 Volt. Hur mycket energi är lagrat i kondensatorn?
3. (1 p) Genom två mycket långa, raka, parallella trådar går en ström $I_1 = 1 \text{A}$ och $I_2 = 3 \text{A}$, åt motsatta håll. Avståndet mellan trådarna är 2 cm. Antar att trådarna är 1 m långa. Vad är kraften som trådarna utövar på varandra? Vilken approximation har du gjort för att få svaret?
4. Laddning i en kub.
En laddning q befinner sig precis i mitten av en kub. Vad är det elektriska flödet, dvs ytintegralen $\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$, genom ytan S i figuren? Ledning: det krävs ingen krånlig beräkning!

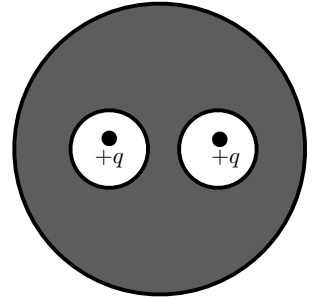


Var god vänd!

6. Ledare med hål.

I en ledare finns två sfäriska hål. I båda hål finns en punktladdning $+q$.

- (0.5 p) Hur mycket laddning finns på ledarens tre olika ytor?
- (0.5 p) Förklara om det finns det en kraft mellan punktladdningarna eller inte.

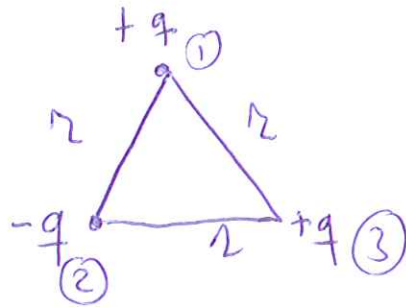


- (1 p) En laddning q befinner sig på en avstånd d ovanför ett oändligt stort ledande plan, som är jordat. Vad är det elektriska fältet \vec{E} precis vid planet, rakt under laddningen?
- (1 p) En elektron rör sig på en viss tidpunkt i \hat{x} riktningen, med en hastighet $v = 1.0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, genom ett område med ett konstant magnetiskt fält i \hat{z} riktningen och storlek $B = 0.5 \text{ T}$. Med hjälp av ett elektriskt fält är det möjligt att låta elektronen röra sig längs en rak linje. Vilket elektriskt fält \vec{E} behövs för det?

1)

$$q = 1.0 \cdot 10^{-8} \text{ C}; \quad L = 1 \text{ m}$$

Systemet:



Potentiell energi p.g.a. ① och ②:

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+q)(-q)}{L}$$

P.g.a. symmetri har vi att $U_{23} = -U_{13}$, så

$$U_{\text{pot}} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = U_{12} = -9.0 \cdot 10^9 \cdot 1.0 \cdot 10^{-8} \cdot 1.0 \cdot 10^{-8} / 1$$

$$= \underline{\underline{-9.0 \cdot 10^{-7} \text{ J}}}$$

2) Kapacitansen av en plattkondensator: $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$

$$A = 50 \text{ cm}^2 = 5.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; \quad d = 1.0 \text{ mm} = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

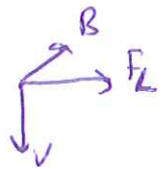
$$U_c = \frac{1}{2} C V^2$$

$$a) C = 9.0 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} (1.0 \cdot 10^3)^2 = \underline{\underline{2.25 \cdot 10^{-10} \text{ F}}}$$

$$b) U_c = \frac{1}{2} C V^2 = 7.0 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

3) Situation: $I_1 = 1.0 \text{ A}$ (up), $I_2 = 3.0 \text{ A}$ (down)

Fältet vid ②: in i pappret, Lorentskraften på ②:

ett höger, så kraften är repulsiv

$$\text{Storleken: } F = I_2 \int_{\text{tråd 2}} dl B_1 = B_1 I_2 L$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} L \quad d = 2.0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{3.0 \cdot 10^{-5} \text{ N}}}$$

(antagande: långa trådar!!)

4) Gauss lag för hela kuben:

$$\oiint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}, \text{ med } S_1 = \text{kuben.}$$

Varje sida är likadant, så för $S_2 = \text{framsida}$:

$$\iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{6\epsilon_0}. \quad \text{Sån en av 4 lika delar av}$$

framsidan, så de får också samma flöde:

$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{24\epsilon_0}.$$

5) Potentiell energi av en dipol i ett konstant \vec{E} -fält:
 $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$. (nollpunkt $\vec{p} \perp \vec{E}$.)

a) I situationen är $\vec{p} \perp \vec{E} \Rightarrow U_{\text{pot}} = 0 \text{ J}$.

b) Om \vec{p} och \vec{E} pekar åt motsatta håll är pot. energi maximal, och beloppet blir: $U = |\vec{p}| |\vec{E}|$. För att vrida dipolen till detta läge krävs det arbete:

$$W = +|\vec{p}| |\vec{E}| = 2.0 \cdot 10^{-6} \cdot 3.0 \cdot 10^7 = 60 \text{ J}.$$

6 a) \vec{E} är noll i ledaren, så på de två inre ytor

samlas det laddning $-q$. Ledaren är neutral,

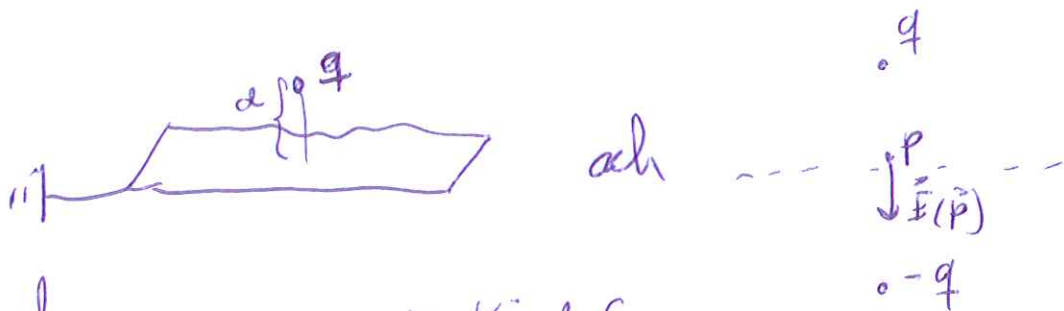
så 'resten' av laddning, $+2q$ samlas på den yttre yta.

b) Både hål fungerar som en Faraday bur, dvs. inget \vec{E} -fält i vänster hål eller laddning i höger hål, och tvärtom.

Se det finns ingen kraft på laddningarna.

7] Vi använder spegelladdnings metoden;

z
↑
z=0

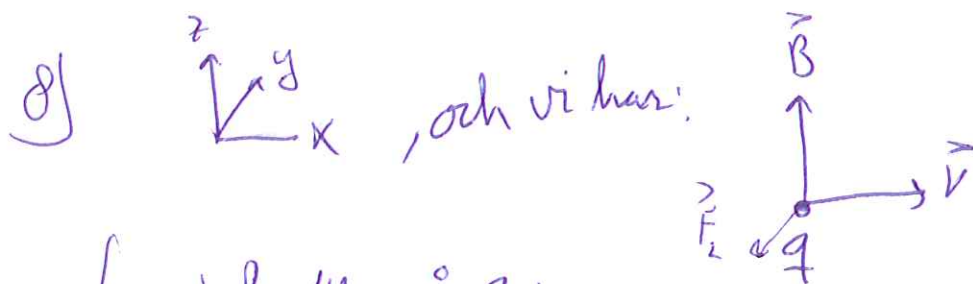


har samma potential för $z > 0$.

Så vi kan bestämma \vec{E} i andra situationen (potentialen är unik):

$$\vec{E}(P) = \left(-\hat{z}\right) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d^2} \cdot 2$$

↑
både laddningarna ger samma bidrag



Lorentskraften på q :

$$\vec{F}_2 = q(|\vec{v}| |\vec{B}|) (-\hat{y})$$

Om det finns ett \vec{E} -fält i \hat{y} riktning, med storlek

$$|\vec{v}| |\vec{B}|, \text{ då har vi att } \vec{F}_{\text{tot}} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \vec{0},$$

$$\text{så } \vec{E} = \hat{y} v B = \hat{y} 0.5 \cdot 10^3 \text{ V/m.}$$