

FK4010 - Elektromagnetism, Fysikum, Stockholms universitet
Dugga 1, Måndag, 03 februari 2014, kl 10:00 - 12:00

Beräkningar och resonemang får vara kortfattade, men måste tillåta en bedömning. Ge rätt enhet när det behövs.

Erhållna poäng räknas om till tentamenspoäng (bonus) vid tentamenstillfällena under 2014. Tillåtna hjälpmedel: Physics handbook eller motsvarande, anteckningarna och en kalkylator.

Dyggan består av åtta frågor.
Lycka till! Eddy

1. Två punktladdningar $q = 1.0\mu\text{C}$ befinner sig i punkterna $(x, y) = (1, 1)$, $(-1, 1)$, medan två punktladdningar $q = -1.0\mu\text{C}$ befinner sig i punkterna $(x, y) = (1, -1)$, $(-1, -1)$ (kartesiska koordinater, med avstånd i meter).

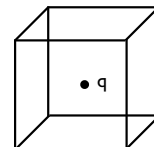
- a. (0.5 p) Beräkna det elektriska fältet i punkten $(x, y) = (0, 0)$.
b. (0.5 p) Hur mycket arbete krävs det att ta en laddning $q = 1.0\mu\text{C}$ från oändligheten till $(x, y) = (0, 0)$?

2. En elektrisk dipol med dipolmoment $p = 3.0 \cdot 10^{-6}\text{Cm}$ befinner sig i ett konstant elektriskt fält med storlek $E = 6.0 \cdot 10^7\text{V/m}$, så att $\vec{p} \parallel \vec{E}$.

- a. (0.5 p) Vad är den potentiella energien av konfigurationen?
b. (0.5 p) Hur mycket arbete krävs det att vrida dipolen nittio grader, så att $\vec{p} \perp \vec{E}$?

3. En kub (1 p)

En laddning q befinner sig precis i mitten av en kub. Vad är det elektriska flödet, dvs ytintegralen $\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$, genom en av kubens sidor? Ledning: det krävs ingen krånlig beräkning!



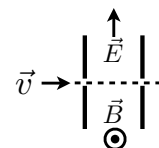
4. (1 p) Genom två mycket långa, raka, parallella trådar går en ström $I_1 = 1\text{A}$ och $I_2 = 3\text{A}$, åt motsatta håll. Avståndet mellan trådarna är 1 meter. Beräkna magnetfältets stryka i en punkt P precis mitt emellan trådarna, och gör en skiss som visar fältets riktning.

5. En plattkondensator består av två plattor med area $A = 50\text{cm}^2$. Avståndet mellan plattorna är $d = 1.0\text{mm}$. Mellan plattorna finns ett linjärt dielektrikum med relativ permittivitet $\epsilon_r = 5$.

- a. (0.5 p) Beräkna kondensators kapacitans.
b. (0.5 p) Kondensator laddas upp till 25 Volt. Hur mycket energi är lagrat i kondensatorn?

6. En hastighetsselektor (1 p)

En partikel med laddning q skjuts genom ett område med ett konstant \vec{E} -fält uppåt, och ett konstant \vec{B} -fält ut ur pappret. Vilken hastighet har partikeln, om den går rakt genom området?



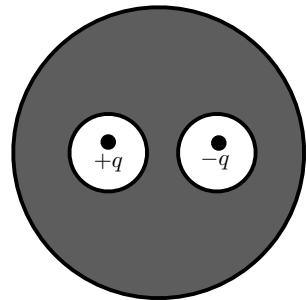
Var god vänd!

7. (1 p) En laddning q befinner sig på en avstånd d ovanför ett oändligt stort ledande plan, som är jordat. Vad är kraften som planet utövar på laddningen q ?

8. Ledare med hål.

I en ledare finns två sfäriska hål. I det ena hålet finns en punktladdning $+q$, i det andra en punktladdning $-q$.

- (0.5 p) Hur mycket laddning finns på ledarens tre olika ytor?
- (0.5 p) Förklara om det finns det en kraft mellan punktladdningarna eller inte.

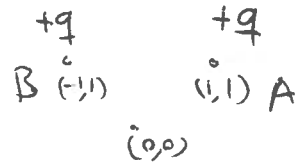


1) \vec{E} -fältet av en punkt laddning: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$,

med \hat{r} : från laddningen

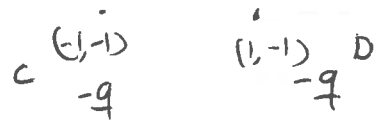


Potentialen ges av $\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$

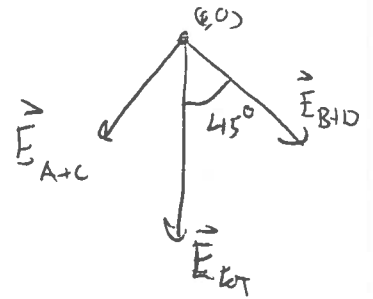


a) Fältet p.g.a. de fyra laddningarna:
 $|\vec{E}|$ lika stora.

\vec{E} p.g.a. A och C: i (-1,-1) riktning i origo
 \vec{E} " B och D: i (1,-1) " " "



Se, \vec{E}_{tot} i origo: $\vec{E}_{tot} = 4 \cdot \cos(45^\circ) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} (-\hat{y})$



$|q| = 1 \mu C$, $r = \sqrt{2} m$. $\vec{E}_{tot} = E_y \hat{y}$, med

$$E_y = \frac{-\frac{1}{2}\sqrt{2}}{\pi\epsilon_0} \frac{1 \cdot 10^{-6}}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0} = -(1.4 \cdot 10^{-6}) \cdot 9 \cdot 10^9 = \underline{\underline{-1.3 \cdot 10^4 N/C}}$$

b) Potentialen i (0,0) får två positiva och två negativa bidrag, som är lika stora i absolut belopp, så $\phi(0,0) = 0 V$, och $\phi(\infty) = 0 V$

Arbetet som krävs att flytta en laddning från ∞ till (0,0) är: $\Delta W = q (\phi(0,0) - \phi(\infty)) = 0 J$.
 Det krävs inget arbete!

2 a) U_{pot} för en dipol i ett konstant \vec{E} -fält:

$$U_{\text{pot}} = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad \text{Vi har } \vec{p} \parallel \vec{E}, \text{ så}$$

$$U_{\text{pot}} = -|\vec{p}| |\vec{E}| = -3.0 \cdot 10^{-6} \cdot 6.0 \cdot 10^7 = \underline{\underline{-1.8 \cdot 10^2 \text{ J}}}$$

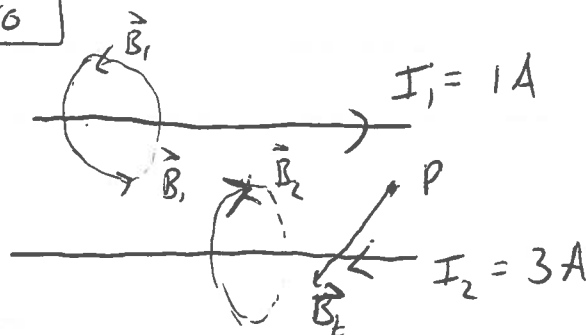
b) För $\vec{p} \perp \vec{E}$ har vi $U_{\text{pot}} = 0$, så för att vrida dipolen i denna konfiguration krävs det

$$\Delta W = U_b - U_a = 0 - (-1.8 \cdot 10^2) = \underline{\underline{1.8 \cdot 10^2 \text{ J arbete.}}}$$

3) Det totala flödet genom hela kubens ges av

$$\oiint_{\text{kubens yta}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Varje sida får bidra lika mycket}$$

$$\text{Så } \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \boxed{\frac{q}{6\epsilon_0}}, \text{ med } S \text{ en av kubens sidor.}$$



Högerhandsregeln: \vec{B}_1 : in i pappret
 \vec{B}_2 : ~~ut~~ ut i pappret.

~~$|\vec{B}_2| \times |\vec{B}_1|$~~ Det totala fältet i P pekar ~~ut~~ in i pappret (med mitt val av strömmar)

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 (I_2 + I_1)}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (3+1)}{2\pi (0.5)} = \underline{\underline{1.6 \cdot 10^{-6} \text{ T}}}$$

5) a) Kapacitansen av en platt kondensator med dielektrikum:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d} = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 50 \cdot (10^{-2})^2}{1 \cdot 10^{-3}} = 2.2 \cdot 10^{-10} \text{ F} \\ = \underline{\underline{0.22 \text{ nF}}}$$

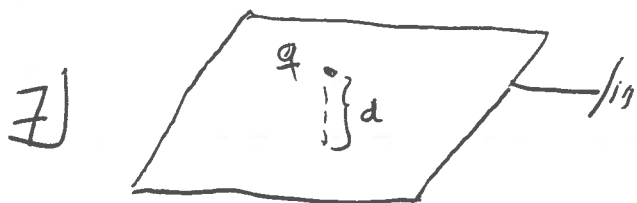
b) Energin av en laddad kondensator:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = 0.5 \cdot 0.22 \cdot 10^{-9} (25)^2 = \underline{\underline{69 \text{ nJ}}}$$

6) Antag att $q > 0$. Då är \vec{F}_e uppåt, storlek $q|\vec{E}|$,

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} : \text{neråt, storlek } q|\vec{v}||\vec{B}|.$$

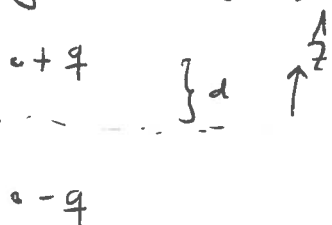
Kraften är noll om $|\vec{v}| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$. Om $q < 0$: \vec{F}_m och \vec{F}_e byter riktning.



$\phi = 0$ på planer, och i oändligheten.

Om vi hittar en enkla situation, med $\phi = 0$ på planer och $\phi(\infty) = 0$,

då kan vi använda denna situation för att beräkna kraften, p.g.a. entydighetssatsen för potentialen. Så vi använder:



$$\text{Kraften på } +q \text{ blir: } \vec{F} = \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2d)^2} \\ = \underline{\underline{\frac{-q^2}{16\pi\epsilon_0 d^2} \uparrow}}$$

a) \vec{E} -fältet i ledaren måste vara noll.

Så, det samblas ~~$+q$~~ en laddning $-q$ på ytan runt hålet med punkt laddning $+q$, och en laddning $+q$ på ytan runt hålet med punkt laddning $-q$.

Det finns ingen laddning ~~är~~ på utvidan av ledaren, eftersom laddningarna på de inre ytor tar ut varandra.

b) \vec{E} -fältet p.g.a punkt laddning $+q$ är noll hos punkt laddning $-q$, eftersom metallen fungerar som en bur av Faraday. Tyvärrom likadant, så det finns ingen kraft mellan punkt laddningarna!