

Kundts rör - ljudhastigheten i luft

Laboration 4, FyL2 VT2002

Sten Hellman

FyL 23

2002-03-21

Laborationen utförd 2002-03-02

i par med Sune Svensson

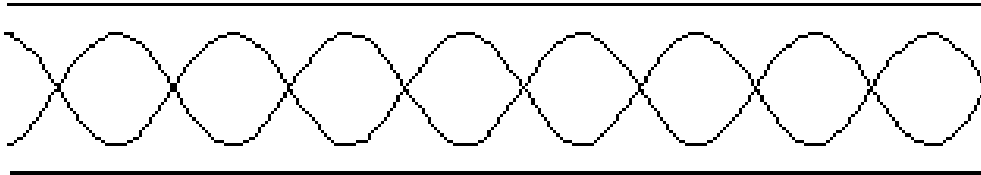
Assisten: Jörgen Sjölin

1. Inledning

Syftet med försöket är att bestämma ljudets hastighet i luft genom att mäta våglängd och frekvens för en stående våg i ett slutet glasrör. En aukustisk våg med frekvensen f utbreder sig i en gas med en hastighet v . Mellan utbredningshastigheten, frekvensen och våglängden λ råder sambandet

$$v = \lambda \cdot f \quad (1)$$

En ljudvåg som alstras i ena änden av ett slutet rör propagerar genom röret, reflekteras mot den slutna änden (med en färförskjutning om 180 grader) och rör sig tillbaks mot den ände av röret där ljudet alstras. Om rörets längd, L , uppfyller villkoret $L = \lambda/4 + N \cdot \lambda/2$, där N är ett heltal, så uppkommer en



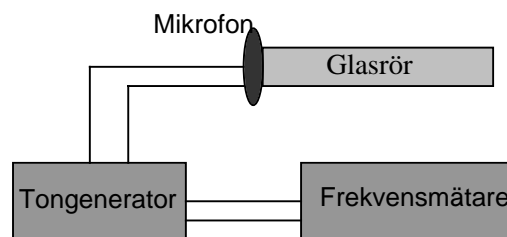
Figur 1. Stående våg

sk stående våg i röret, se Fig. 1. När en stående våg etableras finns i röret sk noder, punkter där amplituden hos vågrörelsen (som är summan av amplituden hos vågen som utbreder sig åt höger och den reflekterade vågen som rör sig åt vänster) är noll. Avståndet mellan två närliggande noder är $\lambda/2$.

I denna laboration bestämmer vi våglängden genom att mäta avståndet mellan noder och frekvensen för en stående våg och kan därur beräkna ljudhastigheten ur (1).

2. Försöksuppställning

Försöksuppställningen, ett sk "Kundts rör", beskrivs schematiskt i Figur 2. Uppställningen består av ett glasrör på vilket den ena änden är förseglad. Till den andra änden ansluts en mikrofon som drivs från en tongenerator. I röret finns små korksmulor som sätts i rörelse av luftens vibrationer. När en stående våg uppstår i röret kommer korksmulorna att samlas vid noderna, där amplituden för luftens



Figur 2. Försöksuppställning för Kundts försök

svängning är noll. Avståndet mellan närliggande noder mäts vilket ger en bestämning av våglängden. Frekvensen för svängningen mäts direkt med en frekvensmätare.

3. Utförande

Genom att variera frekvensen från tongeneratoren och samtidigt knacka litet lätt på glasröret för att öka rörligheten hos korksmulorna kunde vi hitta den frekvens vid vilken en stående våg uppstår och smulorna samlades i diskreta områden. För att avgöra om denna bestämning av den frekvens som ger upphov till stående våg är reproducerbar ändrades frekvensen bort från detta område, korksmulorna spreds ut över rörets längd och proceduren upprepades. Vi fann att frekvensen var reproducerbar inom ± 1 Hz vilket var frekvensmätarens avläsningsnoggrannhet.

Avståndet mellan noderna bestämdes genom att lägga en linjal utanför glasröret och avläsa positionen hos ansamlingarna av korksmulor. Den osäkerhet som introduceras av att linjalen läggs utanför röret uppskattades genom att efter datainsamlingen lägga ett antal pappersremсор på vilka vi markerat avstånd i samma storleksordning som mellan noderna under själva försöket. Jämförelse av de mätvärden som erhöles genom att mäta dessa avstånd genom röret, på samma sätt som under försöket, och mätningar av samma avstånd efter det att vi tagit ut pappret ur röret indikerar att den osäkerhet som introducerades av proceduren i sig var mindre än 2 mm.

En större osäkerhet introduceras av att korkansamlingarna vid nodpunkterna har en ganska stor utsträckning och oregelbunden form, vilket leder till en osäkerhet som uppskattas till ± 5 mm (vilket inkluderar de ± 2 mm som bestämdes ovan).

4. Data och analys

Mätningarna genomfördes vid en frekvens av 1859 ± 1 Hz. Vid denna frekvens iaktogs 6 nodpunkter i röret. Positionen av dessa nodpunkter relativt ett referensmärke nära mikrofonen redovisas i Tabell 1 nedan.

Nod nr.	Position (cm)	$\lambda/2$ (cm)
1	5.0 ± 0.5	9.4 ± 0.7
2	14.4 ± 0.5	8.7 ± 0.7
3	23.1 ± 0.5	9.2 ± 0.7
4	32.3 ± 0.5	8.7 ± 0.7
5	41.0 ± 0.5	9.4 ± 0.7
6	50.4 ± 0.5	-

Tabell 1. Mätvärden och beräknade värden för $\lambda/2$

En första uppskattning av våglängden fås genom att subtrahera värdet för positionen av på varandra följande noder. Dessa uppskattningar av $\lambda/2$ redovisas i Tabell 1, felet i avståndet mellan två noder, $\delta = p_i - p_k$ ges av $\sigma_\delta = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_k^2}$. Eftersom felet i dessa bestämningar är korrelerade kan vi inte utan att ta hänsyn till dessa korrelationer använda ett viktat medelvärde av dessa som vår uppskattning av våglängden. En god första uppskattning av våglängden får vi istället genom att utnyttja att $p_6 - p_1 = 5\lambda/2$. I får: $5\lambda/2 = 45.4 \pm 0.7$ cm, vilket ger $\lambda = 18.16 \pm 0.28$ cm.

En alternativ metod för att beräkna våglängden ur data utnyttjar det faktum att samtliga avstånd mellan två på varandra följande noder är lika stora. Positionen för en nod, p_i , skall därför uppfylla sambandet

$p_i = p_0 + N \cdot \lambda/2$ För att bestämma $\lambda/2$ gör vi en minsta-kvadratanpassning av våra sex mätta punkter till den rätta linjen $y = a + b \cdot x$, med nodnummer N som den oberoende variabeln, positionen p_i som den beroende variabeln, parametern b identifieras med $\lambda/2$.

Minsta kvadratmetoden ger estimaten för parametrarna a och b som :

$$a = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{\Delta} \quad (2)$$

$$b = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\Delta} \quad (3)$$

$$\text{där } \Delta = N \sum x^2 - (\sum x)^2 \quad (4)$$

de värden som använts i anpassningen redovisas i Tabell 2. Osäkerheten i denna bestämning beräknas

"x" Nod nr.	"y" Position (cm)	x·y	x ²
1	5.0	5.0	1
2	14,4	28.8	4
3	23.1	69.3	9
4	32.3	129.2	16
5	41.0	205.0	25
6	50.4	302.4	36
21	166.2	739.7	91

Tabell 2. Mätvärden och beräknade värden för värden för $\lambda/2$

ur

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{\Delta}} \quad (5)$$

Insättning i (3), (4) och (5) ger $b = 9.03 \pm 0.12$, vilket ger $\lambda = 18.06 \pm 0.24$ cm. Som väntat ger en anpassning med minsta kvadratmetoden en mer precis bestämning av λ än en mätning baserad på de extrema noderna ger. Eftersom samma mätning används i bägge analyserna kan dessa bestämningar inte kombineras för att ge ett gemensamt värde. Vi använder därför den senare bestämningen i den fortsatta mätvärdesbehandlingen.

För att bestämma ljudhastigheten i luft sätter vi in $f = 1859 \pm 1$ Hz och $\lambda = 18.06 \pm 0.24$ i (1).

Osäkerheten i v beräknas ur $\sigma_v = v \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}$.

5. Resultat och diskussion.

Insättning av våra bästa bestämningar av λ och f i ekvation (1) ger oss en bestämning av ljudhastigheten i luft:

$$v = 336 \pm 4 \text{ m/s.}$$

Detta kan jämföras med litteraturvärdet¹ för ljudhastigheten i torr luft vid 20 grader och normalt atmosfärstryck som är 343,4 m/s. Vi har i denna mätning inte tagit hänsyn till eventuella korrektioner för luftens tryck eller den relativa luftfuktigheten. Under de förhållanden som råder under mätningen är dessas korrektioner små². Vi finner därför att överensstämmelsen mellan vår mätning och litteraturvärdet (1.25σ) är god.

Den slutliga osäkerheten i bestämningen av ljudhastigheten domineras totalt av osäkerheten i bestämningen av avståndet mellan noder. Denna kunde reduceras genom att utnyttja det faktum att samtliga avstånd skall vara desamma. En minsta kvadrat-anpassning till en rät linje använder denna information och ger därför en mer precis bestämning. För att erhålla en bättre precision i denna mätning kan man tänka sig att modifiera uppställningen på flera sätt:

1. Man kan använda ett lättare och mer finkornigt material än korksmulor i röret. Detta skulle kunna leda till en tydligare definition av läget av respektive nod, och därmed mindre osäkerhet i mätningen.
2. En längdskala skulle kunna graveras in i glasröret för att underlätta avläsningen av avståndet mellan noder.
3. Eventuellt skulle en högre frekvens ge en bättre bestämning. Fler mätpunkter bör resultera i en bättre bestämning i minsta-kvadratmetoden (metoden som använder avståndet mellan extrema noder påverkas i stort sett inte alls). Man måste dock verifiera att definitionen av en nods läge inte försämras då noderna kommer att befinna sig närmare varandra.
4. Man skulle kunna använda ett längre rör, under förutsättning att det fortfarande är möjligt att etablera en stående våg. Detta skulle ge fler mätpunkter vilket dels skulle ge en bättre precision i bestämningen av avstånden både genom direkt mätning och medelvärdesbildning och för parametern b i minsta kvadratanpassningen..

¹ Olof Eklöf, Fysikhandboken för gymnasiet och fackskolan

² Enligt uppgift från laborations-assistenten.