Schrödinger ekvationen:
(tidsoberoende)

$$H(x)\,\phi(x) = E\,\phi(x), \text{ med}$$

$$H(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x).$$

För en potential grop: $V(x) = \begin{cases} \infty & \text{om } x<0 \\ 0 & 0<x<L \\ \infty & x>L \end{cases}$

får vi att $\phi(x) = 0$ om $x<0$ och $x>L$, annars är $\phi(x)$ inte normerbar.
Kontinuitet i $x=0$ och $x=L$ ger oss (se F-15):

$$\phi_n(x) = a_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \text{ med } n = 1, 2, 3, \ldots$$

och energi av $\phi_n(x)$ är $E_n = \dfrac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$.

Vi bestämmer a_n : $\phi_n(x)$ ska vara normerat.

Det ger (se F-15) : $|a_n|^2 = 2/L$, så vi kan välja $a_n = \sqrt{2/L}$.

Med hjälp av lösningen för $H(x)\phi = E\phi$, får vi en lösning för den tids<u>beroende</u> SE:

$$\Psi_n(x,t) = e^{-iE_n t/\hbar}\,\phi_n(x).$$

Vi associerar tillstånd $|1\rangle$, $|2\rangle$, etc med $\phi_1(x)$, $\phi_2(x)$, ...

Så, vi kan ha superpositionen:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|3\rangle \quad \text{(till ex).}$$

Vågfunktionen blir:

$$\phi(x) = \langle x|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\underbrace{\langle x|1\rangle}_{=\phi_1(x)} + \frac{1}{\sqrt{2}}\underbrace{\langle x|3\rangle}_{=\phi_3(x)}$$

Hur får vi motsvarande losningen till den tidsberoende SE?

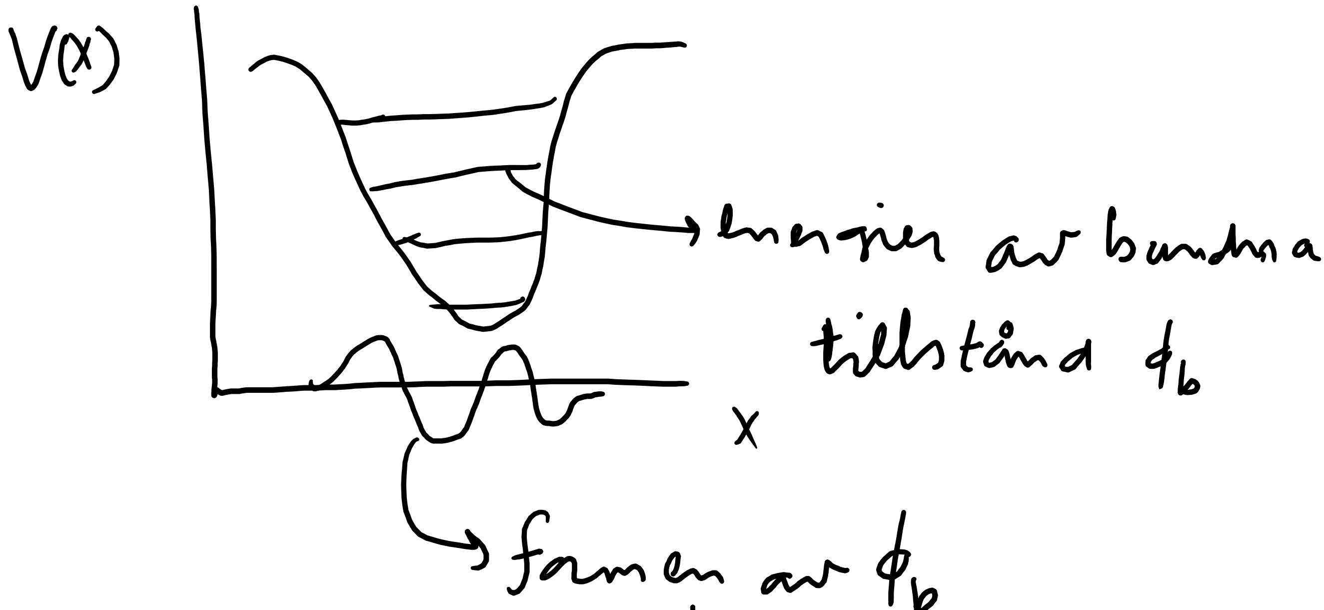
Varje term få sig fån fasfaktorn $e^{-iE_n t/\hbar}$:

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_1 t/\hbar} \phi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_3 t/\hbar} \phi_3(x).$$

För potentialgropen har vi diskreta energi vänden. Tillstånden kallas bundna tillstånd.

När har vi bundna tillstånd?

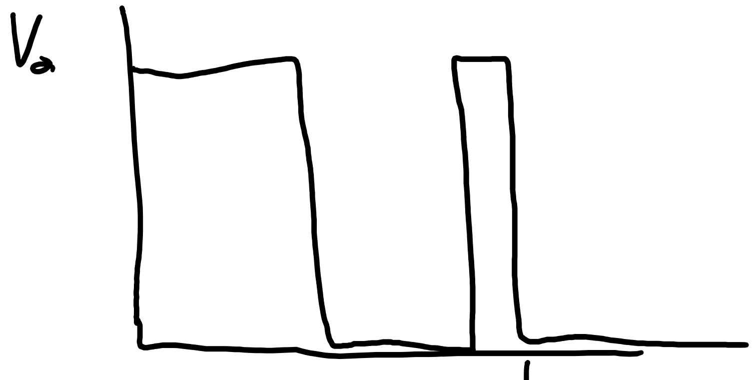
Om V_{max} än max vände av $V(x)$, då är tillstånd med $E < V_{max}$ bundna:



Exempel: väteatomen!

Tunneling:

Vi tittar på ett område med en ändlig potential, och letar efter tillstånd med $E < V_0$.



$\phi(x)$: våg när $0 < x < a$ och $x > b$

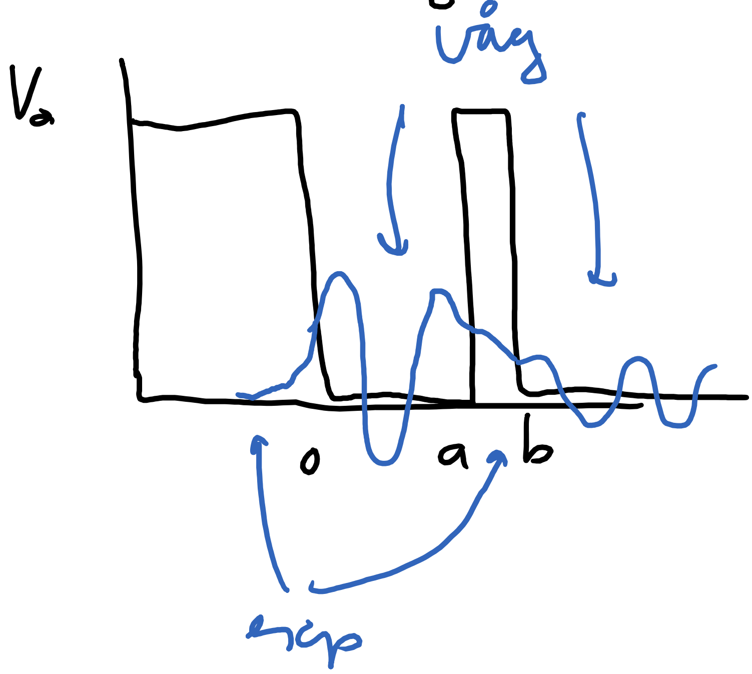
exp. om $x < 0$ och $a < x < b$.

Klassiskt kan partikeln inte vara i områden $x < 0$ och $a < x < b$.

I kvantmekanik är det möjlig.

i kvantmekanik är det möjlig.

För att få vågfunktionen, använder vi randvillkoren att $\phi(x)$ och $\frac{d}{dx}\phi(x)$ är kontinuerlig:



Så en partikel som befinner sig i området $\underline{0<x<a}$, <u>kan</u> vara i $x>b$ senare!

Snärjade eller sammanflätade tillstånd (entangled states).

Vi tittar på en spin-$\frac{1}{2}$ partikel, i S_z-basen: $S_z = +\hbar/2$: $|\uparrow\rangle$ och $|\downarrow\rangle$

Vi tittar på ett spinn-½ partikel, i S_z

basen: $S_z = \pm \hbar/2$: $|\uparrow\rangle$ och $|\downarrow\rangle$.

Om $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle\right)$, då är sannolikhet att måla $S_z = \pm\hbar/2$:

$P(S_z = +\hbar/2) = P(S_z = -\hbar/2) = \frac{1}{2}$.

Om vi får $S_z = -\hbar/2$, då blir tillståndet direkt efter mätningen: $|\psi\rangle = |\downarrow\rangle$.

Nu tittar vi på ett system med två $s = \frac{1}{2}$ partiklar: A och B

$\underline{\text{Ex:}}$ $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B$

(*) $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B + \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B$

$|\psi\rangle = |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B$

Alla tre är en produkt av A och B delen:

(*) $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_A \left(|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_B \right)$

Snärjade tillstånd: kan inte skrivas som en produkt:

Ex: $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B - \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B$

Ex: $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B - \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B$

Sådana tillstånd leder till EPR paradoxen (Einstein Podolski Rosen).

Vi tar två partiklar ($s=\frac{1}{2}$), tillstånd $|\psi\rangle$:
Vi separerar dem, A till Malmö, B till Kiruna
Nu gör Alice en mätning och får (säg) $S_z = +\hbar/2$. Efter mätningen blir tillståndet $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B$.
Om Bob nu mäter S_z på B, får han $S_z = -\hbar/2$ med sannolikhet $P=1$.
Så en mätning i Malmö påverkar systemet i Kiruna instantant!
Så, kvantmekanik är icke-lokalt (men det här strider inte med relativitet, man kan inte skicka information)!