

# Spin & Stern-Gerlach apparaten.

- Spin: intrinsik kvantmekanisk egenskap hos partiklar, utan klassiskt ekvivalent. Det bidrar till rörelsemängdsmoment av partikeln, som 'rotation kring en axel', men partiklar som är 'punktpartiklar' ( $e^-$ ) har också spin.
- Spin kan inte ta godtyckliga värden, som läget  $x$  av en partikel.
- Spin- $s$ : är en vektor:  $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ .  
Om man mäter  $S_z$  kan man få värden:  
 $S_z = -\hbar s, -\hbar(s-1), \dots, \hbar(s-1), \hbar s$ ,  
så  $2s+1$  möjligheter.  
 $s$  är spin kvanttalet, och det kan

$S$  är spinnskvanttalet, och det kan ta värden:  $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$  (hel och halvtal).

$S$  beror på partikeltyp:

$e^-, p^+, n$ :  $S = \frac{1}{2}$       Higgs-boson:  $S = 0$

foton:  $S = 1$

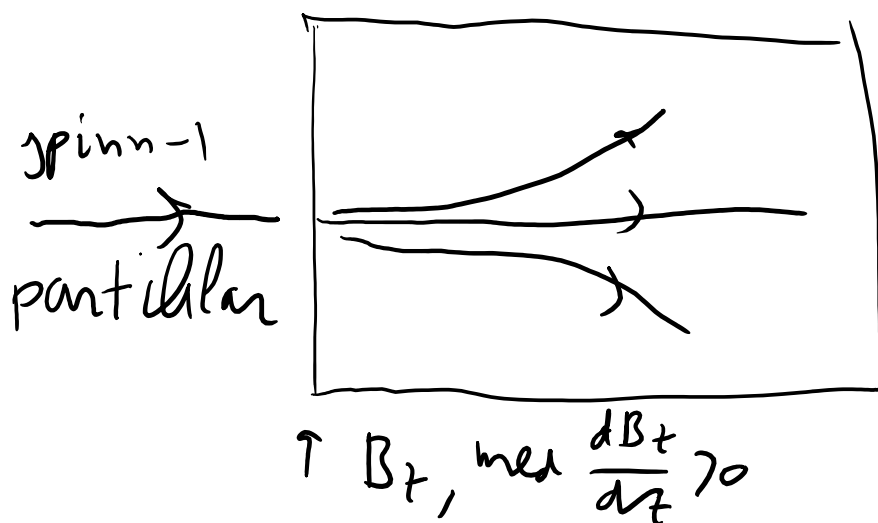
'händens' av spinnsvektorn: kan ett värde för given  $S$ :  $|\vec{S}| = \hbar \sqrt{S(S+1)}$

- Vi kan inte bestämma  $S_x, S_y$  och  $S_z$  samtidigt, bara en! Men, vi kan bestämma  $S_x$  och  $|\vec{S}|$  samtidigt, eller  $S_z$  och  $|\vec{S}|$ .
- Partiklar med olika  $S_z$  värden kan man skilja på, genom att mäka  $S_z$ !
- Utan förklaring: bosoner har heltal  $S$   
fermioner halvtalig  $S$ .

# Stem-gerlach apparater.

Partiklar med spin kan avböjas i ett magnetiskt fält ( $\vec{B}$ ). Hur mycket de avböjs beror på (till ex)  $S_z$ -värdet. Så man kan separera partiklar med olika  $S_z$  värden.

Ex: spin  $-1$  partiklar; det behövs ett område med en gradient:  $\frac{dB_z}{dz} > 0$ .

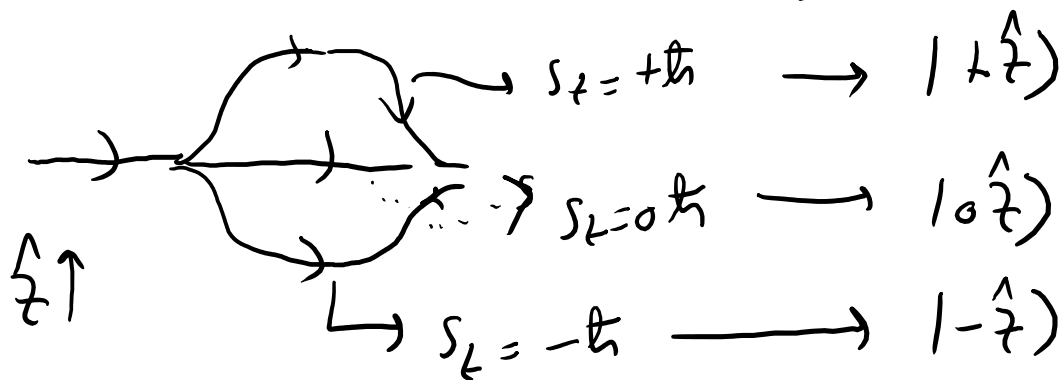


Vi får tre strålar, varje med annat  $S_z$  värde:  $+1\hbar$ ,  $0\hbar$ ,  $-1\hbar$

Så uppäkttes spin  $-1$  partiklar!

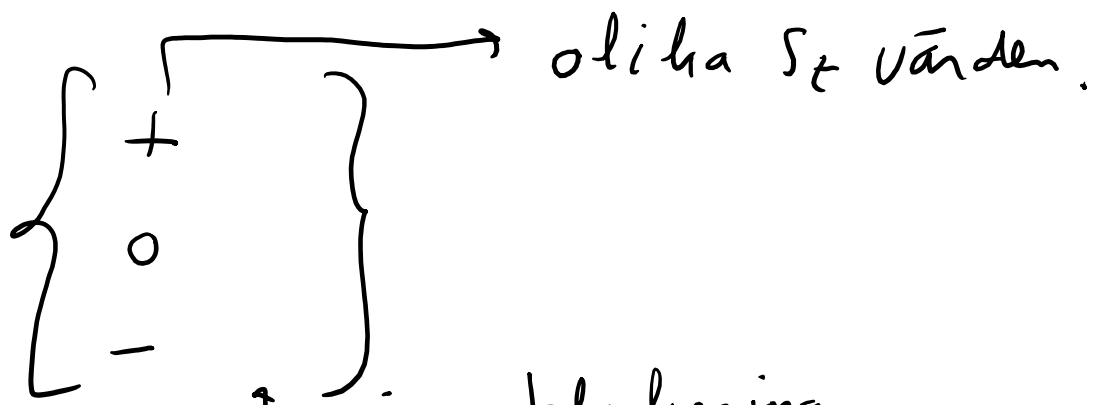
Stem-Gerlach apparat: delar upp partiklar i olika strålar, med olika  $S_z$  värden. Då kan vi blockera en eller fler strålar, och fogas strålarna igen ( $\frac{dB_z}{dz} < 0$ ).

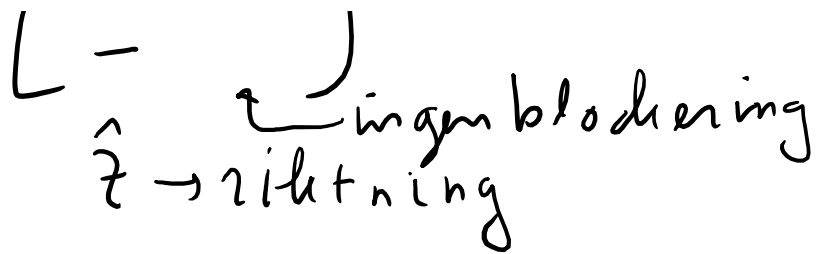
Fallet utan blockering:



Vi säger att en partikel med  $S_z = +\hbar$  är i tillstånd' med  $S_z = +\hbar$ :  $|+\hat{z}\rangle$

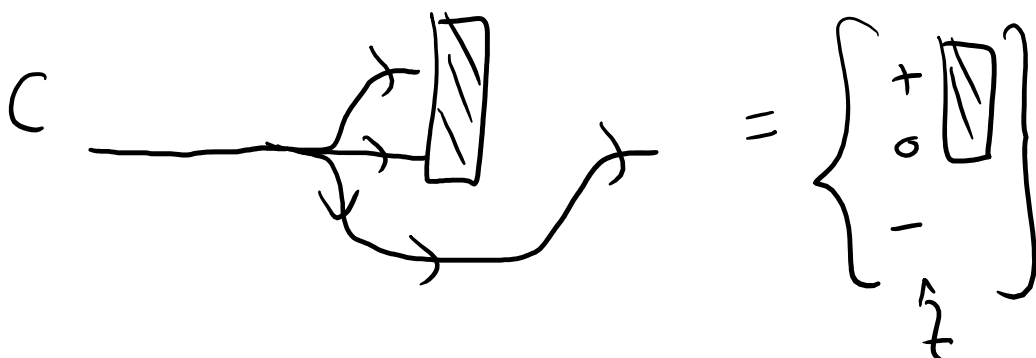
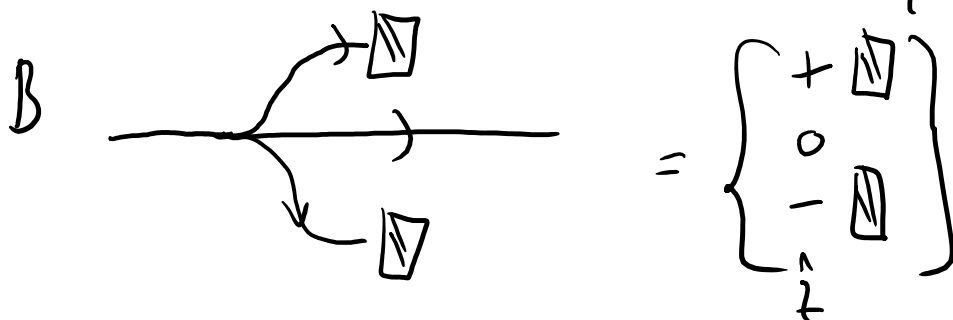
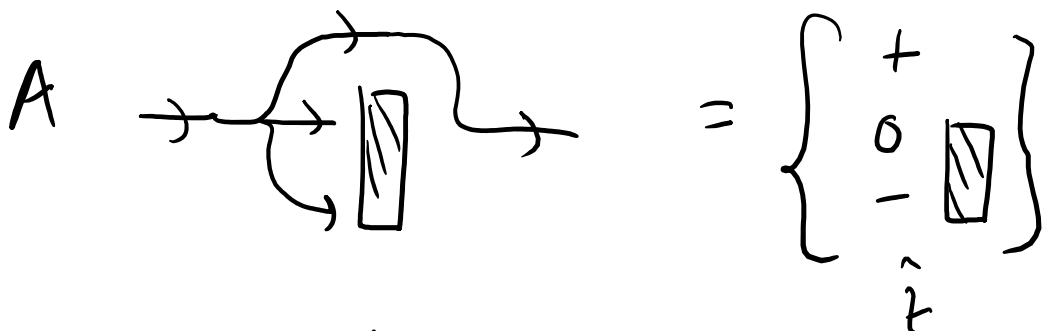
Notation för den här apparaten:



$L -$   ingen blockering  
 $\hat{z} \rightarrow$  riktning

Vi kan notera apparaten i en godtycklig riktning:  $\hat{z}, +\hat{x}, \hat{z}-\hat{y}$ , osv.  
 Riktning betecknas med S, RT, osv.

Nu blockerar vi två strålar:



C D L . . h // . . 1 0 0 . . +

+

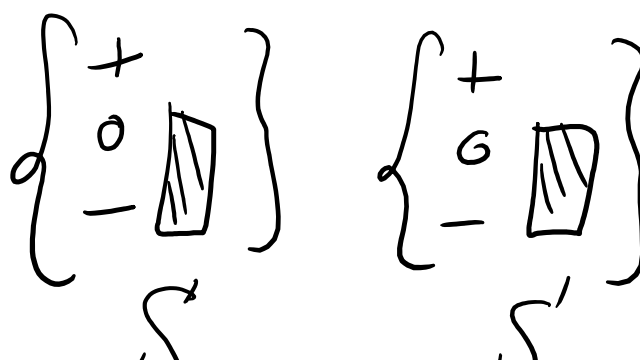
Efter app A: alla partiklar har  $S_z = +\hbar$ ,  
 efter B: alla partiklar har  $S_z = 0\hbar$ ,  
 efter C: alla partiklar har  $S_z = -\hbar$

Vi säger att vi har 'preparerat' partiklar, i ett visst tillstånd.

Nu sätter vi flera apparater efter varandra, och tittar bara på partiklar som kommer genom första apparaten. Fråga: vad är sannolikhet att de kommer genom andra apparaten?

Först: apparater i samma riktning:

$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}$ 
 $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}$ 
 alla partiklar kommer genom 2<sup>a</sup> apparaten:



$S$   $S'$  apparaten:

amplitud:  $\langle +S | +S \rangle = 1$   
 $\text{So } P = |\langle +S | +S \rangle|^2 = 1$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}$$

$S$   $S'$

ingen partikel  
kommer genom:  
 $\langle 0S | +S \rangle = 0$

$\rightarrow P = 0$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}$$

$S$   $S'$

ingen partikel  
kommer genom:  
 $\langle -S | +S \rangle = 0$

$P = 0$

allmänhet:

		(start)		
		+S	0S	-S
$\langle +S  $	+S	1	0	0
$\langle 0S  $	0S	0	1	0
$\langle -S  $	-S	0	0	1

nu rider vi andra apparaten till en annan orientering T (genom att rotera

annan orientering 1 (genom att rotera över en vinkel  $\alpha$ )

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T$$

bara partiklar i tillstånd  $|+S\rangle$

Amplituden för att komma genom 2<sup>a</sup> apparaten:  $\langle 0T | +S \rangle$

$\langle 0T | +S \rangle \neq 0$  i allmänhet, och beror på  $\alpha$ .

Så  $P = |\langle 0T | +S \rangle|^2 \neq 0$

Om 2<sup>a</sup> apparaten blockerar bara en stråle:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \quad P = |\langle 0T | +S \rangle|^2 + |\langle -T | +S \rangle|^2$$



Ingen blockering:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \begin{array}{c} \boxed{\phantom{0}} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \begin{array}{c} S \\ \\ \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \begin{array}{c} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \begin{array}{c} T \\ \\ \end{array} \quad P = |\langle +T | +S \rangle|^2 + |\langle 0T | +S \rangle|^2 + |\langle -T | +S \rangle|^2 = 1$$

Nu tar vi 3 apparater, i riktning S, T, och S:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \begin{array}{c} \boxed{\phantom{0}} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \begin{array}{c} S \\ \\ \end{array} \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \begin{array}{c} \boxed{\phantom{0}} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \begin{array}{c} T \\ \\ \end{array} \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \begin{array}{c} \boxed{\phantom{0}} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \begin{array}{c} S \\ \\ \end{array} \xrightarrow{\beta \alpha N}$$

# partiklar efter 1<sup>a</sup> SGA:  $N$

2<sup>a</sup> " :  $\alpha N$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )

3<sup>e</sup> " :  $\alpha \beta N$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ )

Vad är  $\alpha, \beta$ ?

$$\alpha = |\langle -T | +S \rangle|^2, \quad \beta = |\langle -S | -T \rangle|^2$$

$$\alpha = |(-1) + S\rangle, \quad \beta = |(-S) - 1\rangle$$

Nu tar vi bort blockering i 2<sup>a</sup> SGA, så den släpper genom alla partiklar:

$$\left[ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right] \xrightarrow{N} \left[ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right] \xrightarrow{N} \left[ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right] \quad ?$$

S                      T                      S

Efter 1<sup>a</sup> SGA: alla partiklar är i tillstånd  $|+S\rangle$ , och det ändras inte i 2<sup>a</sup> SGA. 3<sup>e</sup> blockeras  $|+S\rangle$ , så inga partiklar kommer genom!

Men, om vi blockerar  $|+T\rangle$  och  $|0T\rangle$  i 2<sup>a</sup> SGA, då kommer en del partiklar genom 3<sup>e</sup> apparaten! ▽