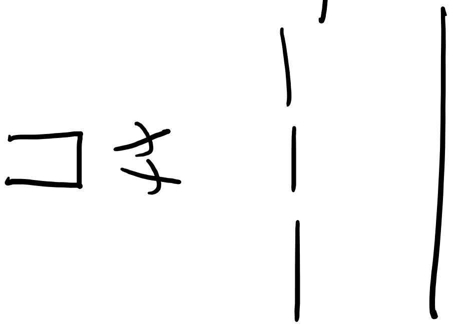
Dubbelspalt exp. med elektroner:



- $e^-$ sänds och detekteras som en <u>partikel</u>
- Vi ser interferens, som med vågor!

Om vi vet (eller kan veta) vilken spalt $e^-$ tar, har vi ingen interferens.
Om vi inte vet det (el. kan veta), då har vi interferens.

Allmän princip:

1) Sannolikhet av en händelse:
$P = |\phi|^2$, med $\phi$: sannolikhets-amplitud.

2) Om en händelse kan inträffa på två olika sätt, som vi <u>inte</u> kan skilja åt, då måste sannolikhets <u>amplituderna</u>

åt, då måste sannolikhets amplituderna adderas: $\phi = \phi_1 + \phi_2$, så:
$P = |\phi|^2 = |\phi_1 + \phi_2|^2$ : vi har interferens!
3) Om vi kan skilja händelserna, då måste vi addera sannolikheterna:
$P = P_1 + P_2 = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$ : ingen interferens!

Man kan inte göra ett experiment där vi vet vilken spalt e⁻ tar, och ha interferens samtidigt.
Det är en form av Heisenbergs obestämbarhets relationen.

Det är en allmän princip, mer känd i en annan form:
Relation för position x och rörelsemängd i x-led: $p_x = mv_x$:
$\Delta x \, \Delta p_x \geq \hbar/2$ ; $\hbar = h/2\pi$.

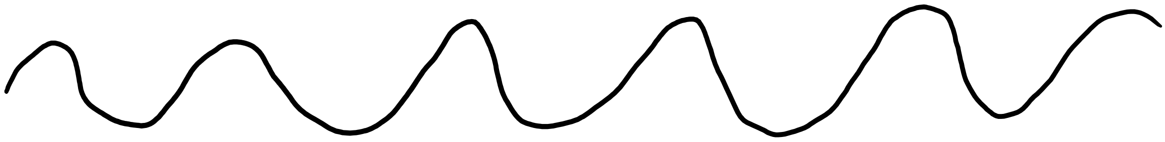
$\Delta x$: osäkerhet i partikelns position i x
$\Delta p_x$: " " " rörelsemängd i x.

Så, x och $p_x$ kan inte vara exakt bestämd samtidigt:
$\Delta x$ liten, då är $\Delta p_x$ stor, och v.v.
Relation i y och z led:
$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2$ ; $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar/2$.

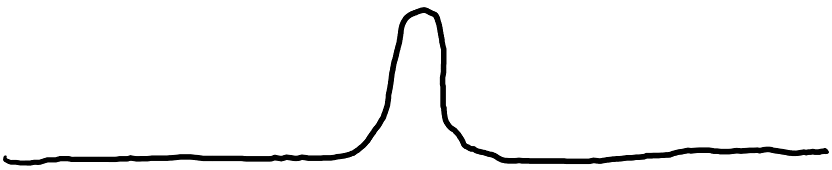
Men: y och $p_z$ kan både vara bestämd exakt samtidigt: $\Delta y \Delta p_z \geq 0$ osv.

Principen följer av vågnaturen av partiklar, klassiska vågor har samma egenskap!
De Broglie: partiklar har en våglängd:
$p = h/\lambda$, eller $p = \hbar k$, med
$k = 2\pi/\lambda$: vågtal.

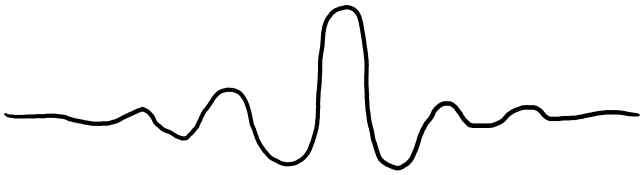
För vågor: λ är inte exakt bestämd för ett litet 'vågpaket'.

våg: 

λ bestämd, position: obestämd
(amplitud konstant, så $P(x)$ är lika stor för alla $x$).

'partikel': 

λ obestämd, position bestämd.
(fås genom att addera många vågor, med olika våglängder).

'vågpaket': 

λ, position: något bestämd.
Osäkerhet i λ (eller # oscilationer) ger osäkerhet i $k$, och därför i $p$).

För vanliga vågor: $\Delta x \Delta k \geq 2\pi$.

För vanliga vågor: $\Delta x \Delta k \geq 2\pi$
Kvantfysik: $\Delta k_x = \Delta p_x / \hbar$, så
$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$.
Det krävs en mer komplicerad härledning för att få faktorn 2 rätt: $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$.

Det finns en gräns hur välbestämd $x$ och $p_x$ kan vara!
Det ger också en experimentell gräns!

OBS: $\Delta x$ kan vara noll, men då är $p_x$ helt obestämd!

I konkreta exempel måste man veta 'vågfunktionen' $\psi(x,t)$ för att få vad $\Delta x$ och $\Delta p_x$ är.
Om $\psi(x,t)$ är vågfunktionen, då är $|\psi(x,t)|^2$ sannolikheten att hitta partikeln vid $x$ på tid $t$.

partikeln vid x på tid t.

$\Delta x$ är standard avvikelsen om vi gör många mätningar av läget $x$.

Exempel: $\Psi(x,t) = A e^{i(kx-\omega t)}$

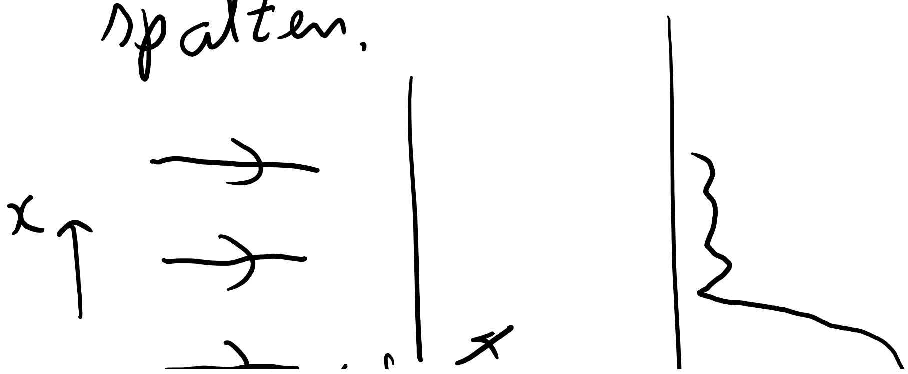
Partikeln har bestämd energi och rörelsemängd: $E = \hbar\omega$, $p_x = \hbar k$, så $\Delta p_x = 0$.

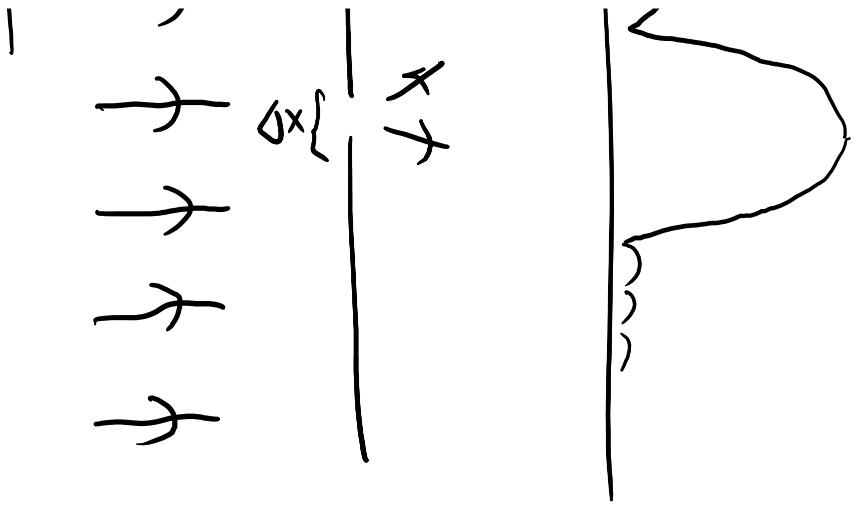
Problem med $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$!

Nej, om vi tittar var partikeln är:

$|\Psi(x,t)|^2 = |A e^{i(kx-\omega t)}|^2 = A^2$, lika stor överallt, så $\Delta x \to \infty$.

Exempel: diffraktion med en enkel spalt. Vi skickar en plan våg mot spalten.






Innan spalten: $p_x = 0$ helt bestämd, så $\Delta p_x = 0$, men $x$ helt obestämd.
Efter spalten: $x$ ganska välbestämd, men p.g.a. diffraktion är $p_x$ inte helt bestämd längre! Ingen problem med $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$.

---

Annan exempel: stabilitet av atomer.
Klassiskt: atomer är ostabil!
Orsak: $e^-$ rör sig i 'cirkel bana' och skickar ut strålning. De förlorar energi, och borde hamna på kärnan.

Kvantmekanik: $x$ och $p_x$ inte

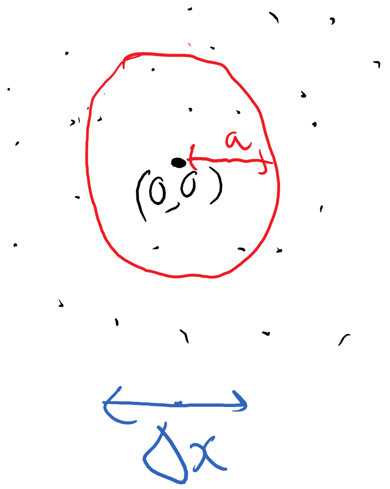
Kvantmekanik: $x$ och $p_x$ inte välbestämd, och $e^-$ rör sig i vissa 'banor'.

Elektron vid kärna: beskrivs med en vågfunktion $\psi(\vec{r},t)$.
Hur utspridd är den? Vad är medelvärdet av avståndet till kärnan?

Vi kallar medelvärdet av avståndet till kärnan $a$, och vi ska minimera energin, med hjälp av approximationer.

Först: $\Delta x \sim a$, så med Heisenberg får vi $\Delta p_x \sim \hbar/a$, och vi antar att $p_x \sim \Delta p_x$.
Varför är $\Delta x \sim a$?
Vi sätter kärnan i origo, så medelvärdet av $x$, $\langle x \rangle$ är noll. Ritning: i två dimensioner,

x, Δy är ..., riktning i två dimensioner;




punkter: mätvärden.

○ : medelvärdet av avståndet till kärnan (uppskattning)

⟷ spridning i x, (uppskattning)

Vi ser att a och $\Delta x$ har samma storleksordning!

Energin för elektronen:

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m} \,;\quad E_{pot} = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \sim \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

Så $$E_{tot} = \frac{(\hbar/a)^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{\hbar^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

När är $E_{tot}$ minimal: $\frac{d}{da} E_{tot} = 0$

$$\frac{d}{da} E_{tot} = \frac{-2\hbar^2}{2ma^3} - (-1)\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = 0$$

Så vi får $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{\hbar^2}{m a^3}$, eller

$$a = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m e^2} \sim 5.3 \cdot 10^{-11}\ \text{m},$$ som

stämmer bra med storleken av en H-atom ($\sim 1$ Å).

Vad är energi för det här värdet av a?

$$E_{tot} = -\frac{m e^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2 \hbar^2} = -13.6\ \text{eV},$$ som är

energin för en H-atom.

$E_{tot} < 0$: det kostar energi för att få loss $e^-$ från kärnan. Det är ett 'bundet' tillstånd!

Atomer är stabila p.g.a. obestämdhets relationen (och Pauli's uteslutnings principe: 2 elektroner kan inte vara i samma

princip: 2 elektroner kan inte vara i samma
tillstånd).