F14: Översikt

Central för kvantfysik: partikel – våg dualitet

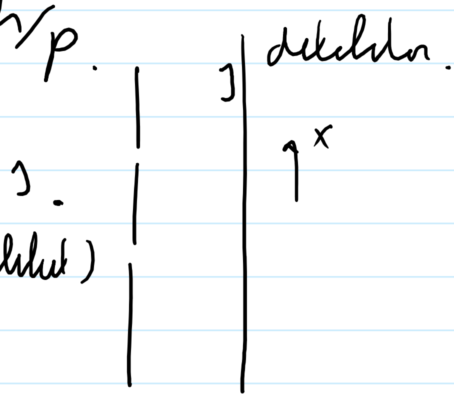
ljus: * interferens $\rightsquigarrow$ våg

* svartkroppsstrålning, fotoelektrisk effekt: partikel.

$\hookrightarrow E = \hbar\omega, \; p = \hbar k.$

Partiklar har en våglängd: $\lambda = h/p$.

Experiment: dubbelspalt:



Kulor: $P_{12} = P_1 + P_2$ (diskreta paket)

Vågor: $I_{12} = |h_1 + h_2|^2$

$$= I_1^2 + I_2^2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \neq I_1 + I_2 :$$

(energi kontinuerlig) interferens.

Elektroner: $I_{12} = |h_1 + h_2|^2$: interferens, men elektronerna detekteras som diskreta partiklar!

Om man vet / kan veta vilken spalt elektronerna tar, försvinner interferensmönstret!

Vågor, och därmed kvantpartiklar, uppfyller

[illegible]

vägar, och samma [illegible], uppfyller

Heisenbergs obestämbarhetsrelationen:

$$\Delta x \, \Delta p_x \geq \hbar/2 .$$

Position och rörelsemängd är inte helt bestämd samtidigt!

Regler: * händelser har en amplitud: $\phi \in \mathbb{C}$

* P för en händelse: $P = |\phi|^2$.

* Händelse kan inträffa på två sätt:

  (A) $\phi = \phi_1 + \phi_2$, $P = |\phi_1 + \phi_2|^2$: om vi inte kan urskilja de

  Interferens.

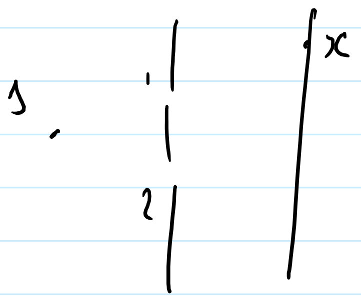
  (B) $P = P_1 + P_2 = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$: om vi kan urskilja de

  ingen interferens.

Dirac notation för amplituder:

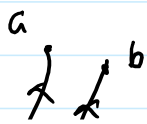
* amplitud: $\langle$ slut tillstånd $|$ start tillstånd $\rangle$

* uppdelning i steg:



$$\langle x | s \rangle = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle + \langle x | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle$$

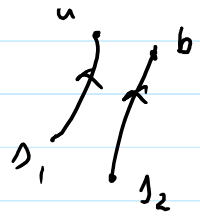
* Oberoende händelser:



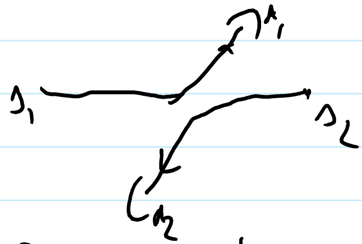
[illegible]

* Oberoende händelser:

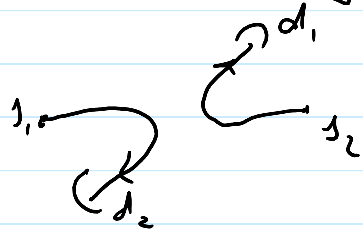
$\langle a|s_1\rangle\langle b|s_2\rangle$



Identiska partiklar & spridning:



eller



P för en träff i detektorerna?

* olika partiklar: $P = |\langle d_1|s_1\rangle\langle d_2|s_2\rangle|^2 + |\langle d_1|s_2\rangle\langle d_2|s_1\rangle|^2$

* identiska partiklar:

$$P = |\langle d_1|s_1\rangle\langle d_2|s_2\rangle \pm \langle d_1|s_2\rangle\langle d_2|s_1\rangle|$$

+ för bosoner, − för fermioner

Om d_1 och d_2 är samma detektor:

$P = 0$ för fermioner!

Pauliprincip: identiska fermioner kan inte vara i samma tillstånd!

Spinn och Stern-Gerlach.

Spinn: $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$.

Spinnkvanttal: $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots$

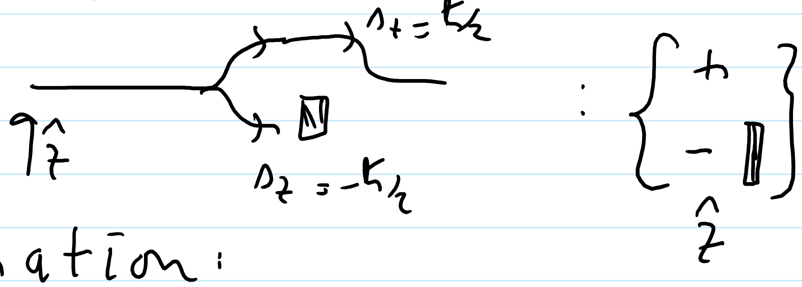
Mätvärden: $\begin{cases} s_z = -\hbar s, -\hbar(s-1), \dots, \hbar(s-1), \hbar s \\ |\vec{s}| = \hbar\sqrt{s(s+1)} \end{cases}$

Kan bara bestämma en av s_x, s_y, s_z, men $|\vec{s}|$ och (säg) s_z kan bestämmas samtidigt!

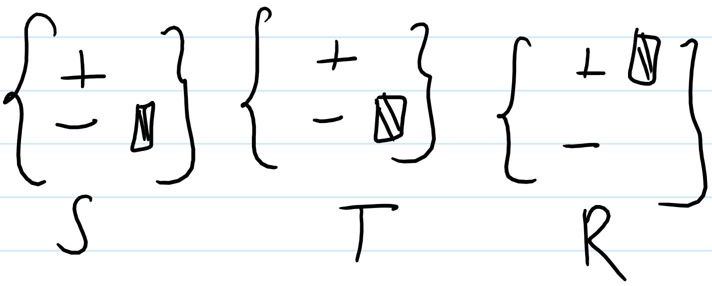
Bosoner: s heltal, Fermioner: s halvtal!

Stern-Gerlach apparaten:

$S = \frac{1}{2}$:



Kombination:



: $\langle -R|+T\rangle\langle +T|+S\rangle$

Tillstånd skrivs i termer av en bas: ett bastillstånd för varje mätvärde!

$S=1$: $|+S\rangle$; $|0S\rangle$; $|-S\rangle$: diskret

Läge: $|x\rangle$: kontinuerlig.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|+\rangle - \frac{i}{2}|0\rangle + \sqrt{\frac{5}{12}}|-\rangle \quad (s_z \text{ bas})$$

Sannolikhet att mäta $s_z = 0$:

$$P = |\langle 0|\psi\rangle|^2 = |-\tfrac{i}{2}|^2 = \tfrac{1}{4}$$

$$P = |\langle 0|\psi\rangle|^2 = |-i/2|^2 = 1/4$$

Efter mätningen (med resultat $S_z = 0\hbar$):

$|\psi\rangle \rightsquigarrow |0\rangle$ nu har partikeln ett bestämd $S_z = 0\hbar$ värde!

Tidsutveckling:

Diskret: $i\hbar \frac{d}{dt} c_i(t) = \sum_j H_{ij} c_j(t)$

Kont: $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x,t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right) \psi(x,t)$

Stationära tillstånd:

* tidsberoendet ges av: $|\psi(t)\rangle = e^{-iEt/\hbar} |\psi(0)\rangle$
* har bestämd energi
* alla sannolikheter är tidsoberoende

Vågfunktionen för tillstånd med bestämd energi: $\psi_E(x,t) = e^{-iEt/\hbar} \phi_E(x)$.

Schrödingerekvationen blir:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right) \phi_E(x) = E\, \phi_E(x),$$

med E energi av partikeln med vågfunktion $\phi_E(x)$.

Med en konstant potential V_0:

Om $E > V_0$: $\phi_E = a \sin(kx) + b\cos(kx)$

$$k = \sqrt{2m(E-V_0)/\hbar^2}$$

$E < V_0$ $\quad \phi_E = a e^{-kx} + b e^{kx}, \quad k = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$

Oändlig djup potentialgrop:

diskreta energier $E_n = \dfrac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2 m L^2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$

Bundna tillstånd: E kan diskreta värden ($E < V_{max}$)

Obundna " $\quad$ E kontinuerlig ($E > V_{max}$).