F06

Spinn & Stern-Gerlach apparaten.

* Spinn: intrinsik kvantmekanisk egenskap av partiklar, utan klassiskt ekvivalent. Det bidrar till partikelns rörelsemängdsmoment, som "skulle motsvara rotation kring partikelns axel". Men: även punkt partiklar kan ha spinn, till ex. elektronen.
* Läget x, eller rörelsemängd p_x kan ta godtyckliga värden; för spinn är det annorlunda.
* Spinn är en vektor: $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$.

Om man mäter S_z, kan den ta värden:

$S_z = -\hbar s, -\hbar(s-1), \ldots, \hbar(s-1), \hbar s,$ så

$2s+1$ möjligheter.

Sån spinnkvanttalet, som är ett helt eller

S är spinnkvanttalet, som är ett helt eller halvtal (så $S = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots$).

S beror på vilken partikel vi har:

e^-, p^+, n: har $S = \frac{1}{2}$, och är spinn-½ partiklar.

Deras S_z värde är $\pm \hbar/2$.

'Längden' av spinnvektorn kan bara ta ett värde för en given partikel: $|S| = \hbar\sqrt{s(s+1)}$.

* Vi kan inte bestämma S_x, S_y och S_z samtidigt, bara en av dem!
(som med x och p_x). Vi kan bestämma S_z och $|S|$ samtidigt; men inte $S_x, S_z, |S|$, till exempel.

* Partiklar med olika S_z kvanttal kan man skilja på, man kan mäta deras S_z värde!

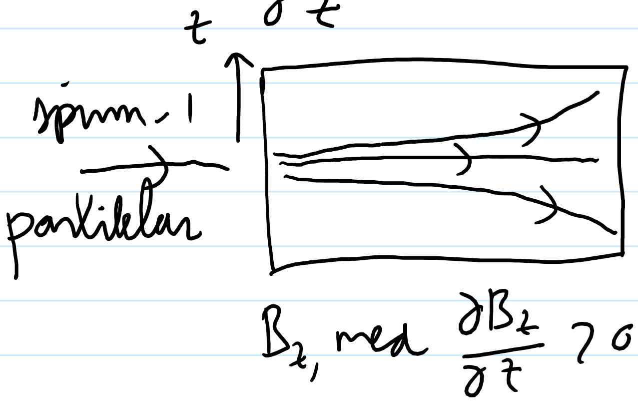
* Utan förklaring: partiklar med s ett heltal är bosoner.

För fermioner är s ett halvtal.

Stern-Gerlach apparaten:

Partiklar med spinn kan avböjas med ett magnetiskt fält; avböjning beror på (till ex) S_z värdet. Man kan separera dem!

Ex med spinn-1 partiklar: behöver ett område med $\frac{\partial B_z}{\partial z} > 0$



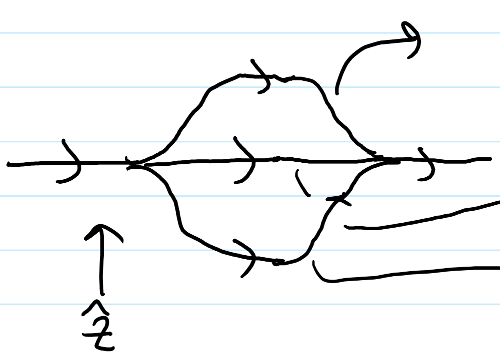
Får tre strålar, en för varje möjliga värde av S_z: $+\hbar, 0\hbar, -\hbar$

Så upptäcktes spinn-1 partiklar!

I en Stern-Gerlach apparat delar vi upp partiklar i strålar med partiklar som har olika S_z värden; då kan vi blockera en eller fler strålar. Till sist kombinerar vi strålarna som finns kvar.

Fallet utan blockering: tillstånd

partiklar med $S_z = +\hbar$: $|+\hat{z}\rangle$



partiklar med $S_z = +\hbar$: $|+\hat{z}\rangle$

partiklar med $S_z = 0\hbar$ $|0\hat{z}\rangle$

partiklar med $S_z = -\hbar$ $|-\hat{z}\rangle$

Notation för den här apparaten:

$$\begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}_{\hat{z}}$$

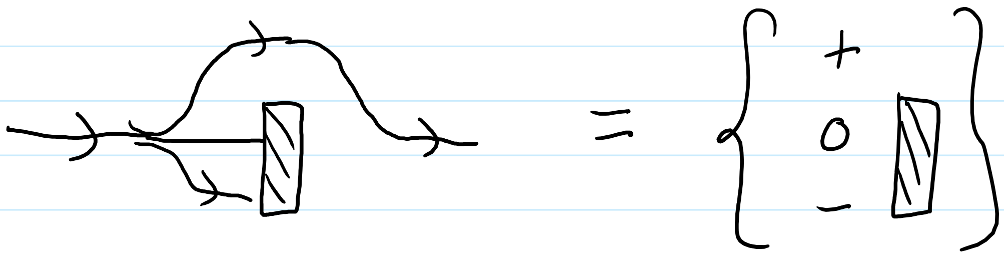
olika S_z värden

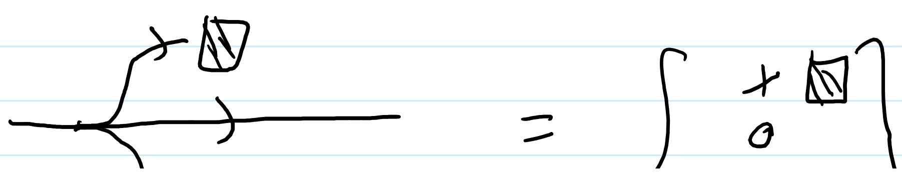
ingen stråle blockeras.

$\hat{z}$ ← riktning

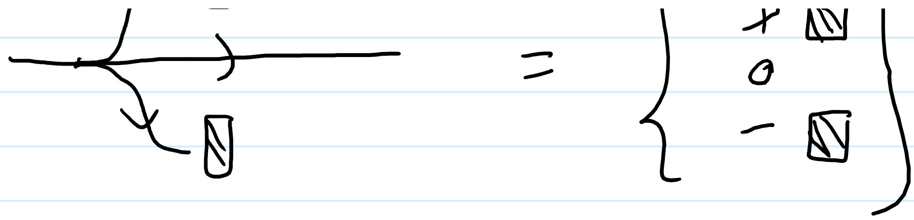
Vi kan vrida apparaten i godtycklig riktning, som vi betecknar som $S, T, \ldots$ ($S, T, \ldots$ kan vara $\hat{z}$, $\hat{x}$, $\hat{y}-\hat{z}$, ...)

Nu tar vi en Stern-Gerlach apparat där vi blockerar två strålar:

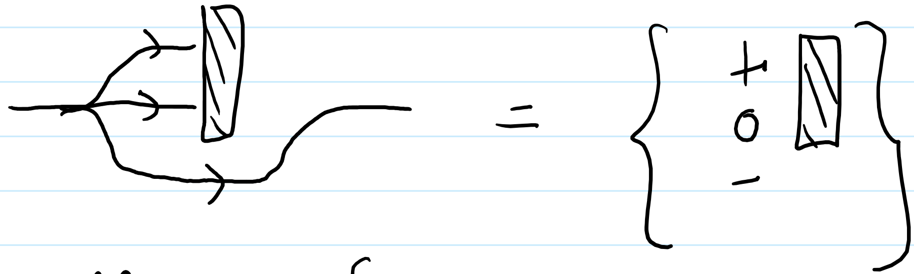
A 

B 

B



C

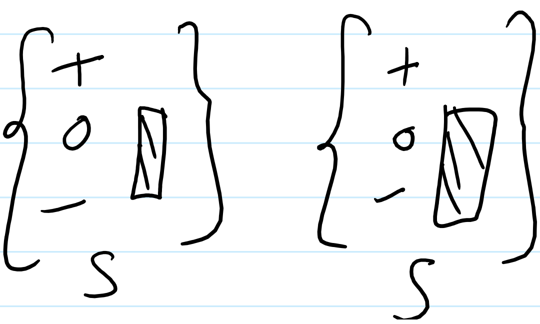


I alla tre fall: partiklar som kommer genom apparaten har samma S_z värde, $+\hbar$, $0\hbar$ och $-\hbar$ för A, B, eller C.

Vi har '<u>preparerat</u>' partiklar i ett visst tillstånd, de är 'polariserade'.

Nu sätter vi flera apparater i rad, och tittar bara på partiklar som kommer genom första apparaten. Vad är sannolikheten att de kommer genom andra?

Först: apparater står i samma riktning:

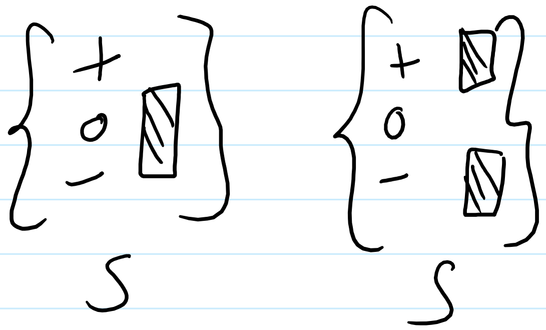


alla kommer genom 2^a: ger amplitud:

$$\langle +S \mid +S \rangle = 1,$$

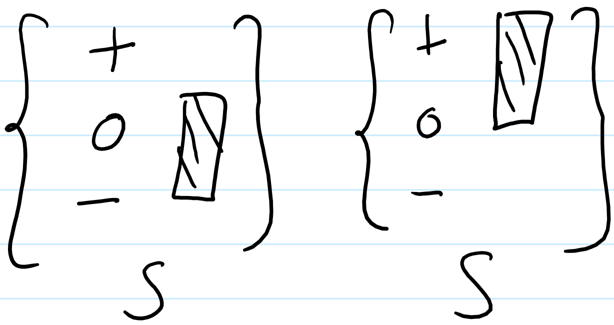
$\langle +S | +S \rangle = 1,$

så: $P = |\langle +S | +S \rangle|^2 = 1$



Ingen partikel kommer genom:

$\langle 0S | +S \rangle = 0 \rightarrow P = 0$



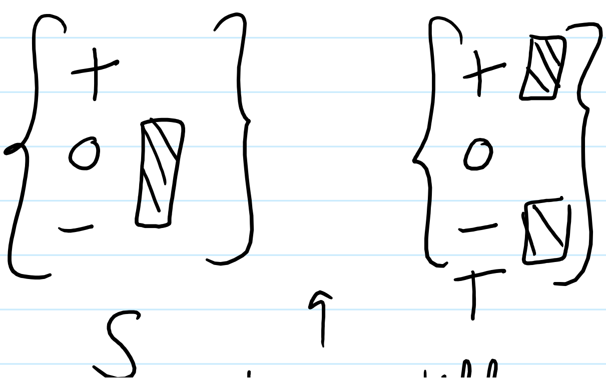
Igen: ingen partikel kommer genom;

$\langle -S | +S \rangle = 0 : P = 0.$

I allmänhet:

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & \multicolumn{3}{c}{|\text{start}\rangle} \\
\langle \text{slut}| & +S & 0S & -S \\
\hline
+S & 1 & 0 & 0 \\
0S & 0 & 1 & 0 \\
-S & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

Nu vrider vi andra apparaten till en annan orientering T, genom att vrida den över en viss vinkel α.



S

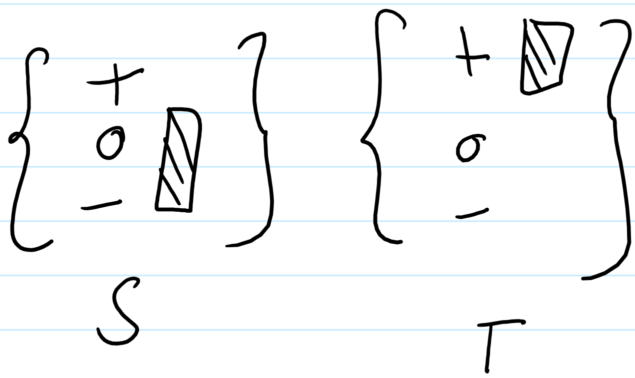
bara partiklar i tillstånd $|+S\rangle$

Nu blir amplituden för att komma genom andra apparaten: $\langle 0T|+S\rangle$

$\langle 0T|+S\rangle \neq 0$ i allmänhet och beror på vinkeln α.

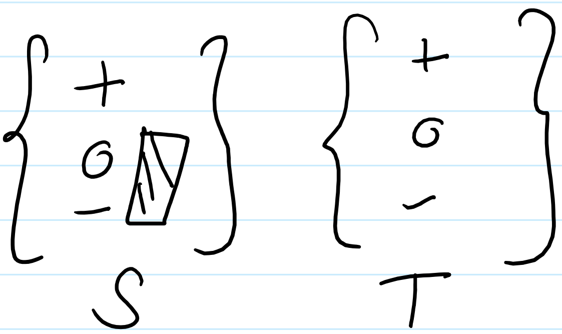
Så: $P = |\langle 0T|+S\rangle|^2 \neq 0$

Om T har två öppna 'utgångar':



$$P = |\langle 0T|+S\rangle|^2 + |\langle -T|+S\rangle|^2$$

Med tre öppna utgångar:



$$P = |\langle +T|+S\rangle|^2 + |\langle 0T|+S\rangle|^2 + |\langle -T|+S\rangle|^2 = 1$$