F05

Med kvantmekanik får vi <u>sannolikheter</u> för händelser.

Varje händelse har en 'sannolikhets-<u>amplitud</u>' ϕ, som är ett komplext tal. Sannolikhet P ges av $\underline{P = |\phi|^2}$.

* Om en händelse kan inträffa på två sätt, som vi inte kan skilja åt:

$$\phi = \phi_1 + \phi_2, \text{ och } P = |\phi_1 + \phi_2|^2, \text{ och}$$

vi har interferens.

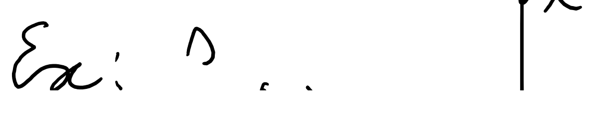
* Om vi kan skilja åt händelserna:

$$P = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2 \text{ : ingen interferens!}$$

Dirac notation för en amplitud:

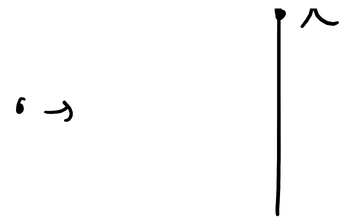
$$\phi = \langle \text{slut 'tillstånd'} | \text{start 'tillstånd'} \rangle$$

Ex:



Amplitud för att en

Ex:

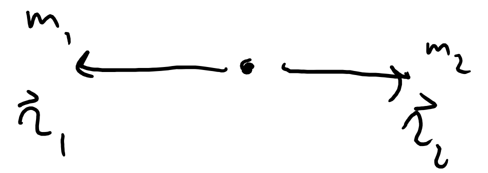


Amplitud för att en partikel hamnar i x, efter den har skickats från s: $\langle x | s \rangle$

Identiska partiklar och 'spridning'.

Spridningsexperiment: två partiklar skjuts till varandra. Vi använder 'mass centrum'. Före och efter kollisionen har partiklarna motriktat rörelsemängd:

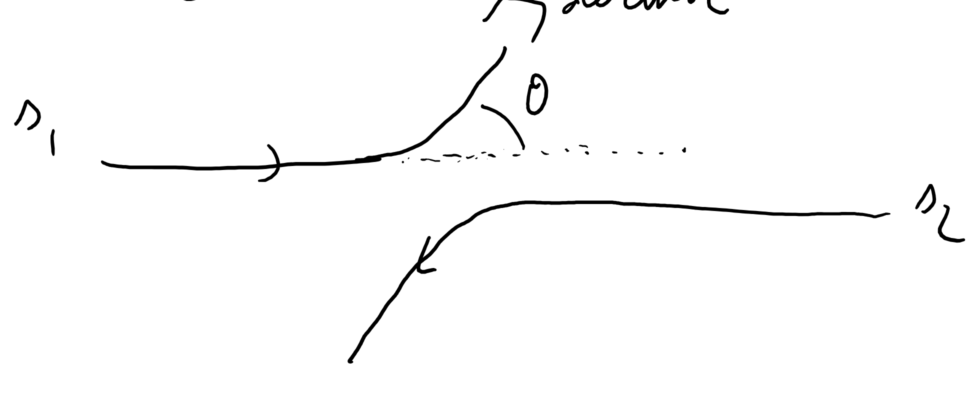
$$m_1 \vec{r}_1 = - m_2 \vec{r}_2$$



↳ ger oss $m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} = - m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt}$, eller $\vec{p}_1 = - \vec{p}_2$

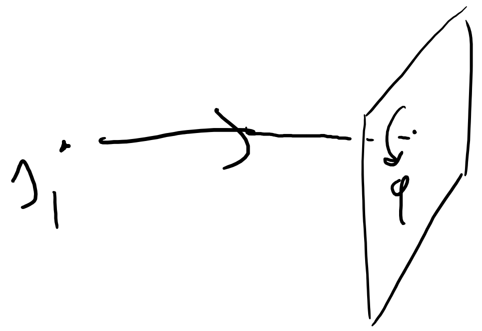
Spridningsvinkel θ: hur mycket blir partikel avböjd?

I



Amplituden för en "avböjning" med vinkel θ för partikel 1 kallar vi $f(\theta)$.

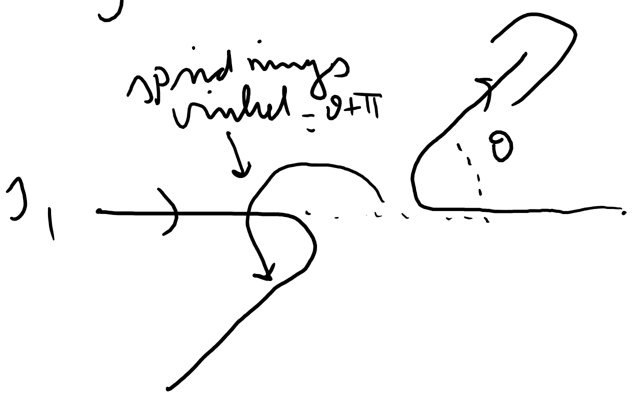
Vi antar att vi har cylinder symmetri:



f beror inte på φ.
(gäller ofta!)

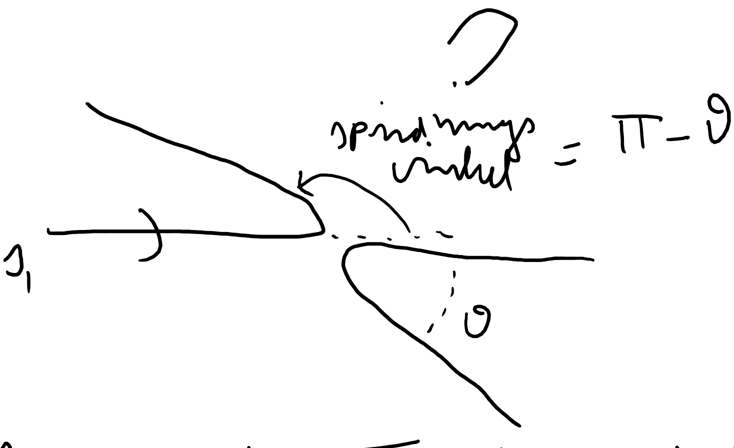
Andra fall:

II



Amplituden:
$f(\theta+\pi)$

III



Amplituden
$f(\pi-\theta)$

Fall II och III är relaterade: om man rotera II över π i 'φ riktning', får vi fall III. De har samma amplitud vi fall III. De har samma amplitud

$$\underline{f(\vartheta+\pi) = f(\pi-\vartheta)}$$

Vi ritade 'bana' för partiklarna.
För klassiska partiklar kan vi göra det, vi kan herleda om en partikel i detektorn kom från s_1 eller s_2.

För kvantmekaniska partiklar kan vi <u>inte</u> göra det.

Vi tittar på I och II, och vill veta vad är sannolikhet att en partikel hamnar i detektorn?

* Olika partiklar: $P = |f(\vartheta)|^2 + |f(\vartheta+\pi)|^2$
$= |f(\vartheta)|^2 + |f(\pi-\vartheta)|^2$.

Ex: proton och elektron, α-kärna och proton, osv.

* Om partiklar är identiska måste vi 'lägga ihop' amplituderna:

ihop' amplituderna:

ex: 2 α-partiklar, två elektroner med samma spinn, osv (återkommer till spin).

Hur lägger man ihop amplituderna: addera eller subtrahera.

Om vi har två händelser/processer, som skiljer sig på så sätt att två identiska partiklar har bytt plats (partikel från s_1 hamnar i D, eller den från s_2 gör det) då måste amplituderna adderas eller subtraheras:

$$P = |f(\vartheta) \pm f(\vartheta + \pi)|^2$$
$$= |f(\vartheta) \pm f(\pi - \vartheta)|^2$$

Tecknet beror på vilken 'typ' av partikel vi har: + för bosoner
− för fermioner

Exempel på fermioner: proton, elektron, neutron, partiklar som består av udda antal fermioner. Fermioner har halv-talig spinn fermioner. Fermioner har halv-talig spinn

$s = \frac{1}{2}$ för p^+, e^-, n ($\uparrow$, eller $\downarrow$)

Exempel på bosoner: fotoner, partiklar som består av jämnt antal fermioner (α-kärna, ...)

bosoner har heltalig spinn.

För identiska bosoner: $P = |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$

" " fermioner: $P = |f(\theta) - f(\pi - \theta)|^2$

Sammanfattning: sannolikhet för en träff i en detektor vid vinkel θ i en spridnings experiment

särskiljbara partiklar $P_{s.p.} = |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2$

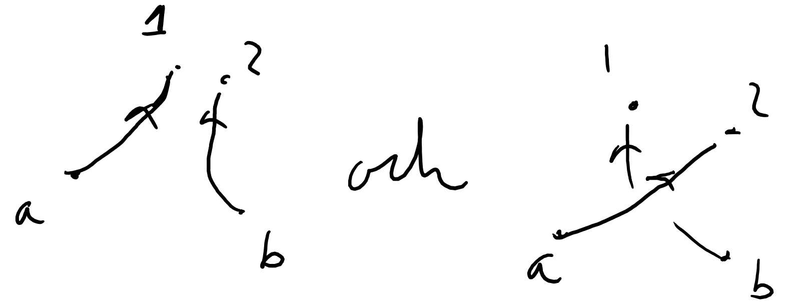
identiska bosoner $P_{i.b.} = |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$

" fermioner $P_{i.f.} = |f(\theta) - f(\pi - \theta)|^2$

Så, vid $\theta = \pi/2$

$$P_{s.p.}(\pi/2) = 2|f(\pi/2)|^2 \; ; \quad \left.\begin{array}{l} P_{i.b.} = 4|f(\pi/2)|^2 \\ P_{i.f.} = 0 \end{array}\right\} \text{interferens!}$$

Nu tittar vi på situationen där två partiklar skickas från a och b, till 1 och 2 (detektorer), två olika sätt:



Vad är sannolikheten att vi har en träff i detektor 1 och 2:

särskiljbara partiklar (addera sannolikheter):

$$P_{sp} = |\underbrace{\langle 1|a\rangle}_{=a_1}\underbrace{\langle 2|b\rangle}_{=b_2}|^2 + |\underbrace{\langle 2|a\rangle}_{=a_2}\underbrace{\langle 1|b\rangle}_{=b_1}|^2$$

$$= |a_1|^2|b_2|^2 + |a_2|^2|b_1|^2.$$

Identiska bosoner: addera amplituderna

$$P_{i.b.} = |\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle + \langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle|^2$$

$$= |a_1 b_2 + a_2 b_1|^2$$

Identiska fermioner: subtrahera amplituderna

$$P_{i.f.} = |\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle - \langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle|^2$$

$$P_{i.f.} = \left| \langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle - \langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle \right|$$

Nu antar vi att vi har bara en detektor, eller att 1 och 2 är samma 'tillstånd': $a_1 = a_2 = a$, $b_1 = b_2 = b$

$$P_{s.p.} = 2|a|^2|b|^2$$

$$P_{i.d.} = 4|a|^2|b|^2 = 2P_{s.p.}$$

$$P_{i.f.} = 0$$

Identiska bosoner har en större chans att vara 'i samma tillstånd'.

Identiska fermioner kan inte vara 'i samma tillstånd'.

Detta är Pauli's uteslutnings princip

Viktig för att förklara periodiska systemet.

Varje rumsliga tillstånd har bara plats för två elektroner (en med spin 'up' en med 'ner').

Så: atomer har en viss utsträckning, och är alla olika.