F-04.

Amplituder och sannolikheter

1) För varje händelse har vi en sannolikhetsamplitud ϕ, som är ett komplext tal: har en fas!
Sannolikhet att händelsen inträffar:
$\underline{P = |\phi|^2}$

2) Om en händelse kan inträffa på icke-skiljbara sätt: $\phi = \phi_1 + \phi_2$, och
$P = |\phi|^2 = |\phi_1 + \phi_2|^2$: interferens!

3) För två skiljbara sätt:
$P = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2 = P_1 + P_2$

Kvantmekanik gör uttalanden om sannolikheter att något händer, inte om vad som händer med chans 1. Kvantmekanik är icke-deterministiskt! Ingen brist i teorin, så fungerar naturen!

teorin, så fungerar naturen!

Dirac notation för amplituder:

amplitud för en händelse:

$\phi = \langle$ slut tillstånd $|$ start tillstånd $\rangle$

$P = |\phi|^2 = |\langle$ slut till. $|$ start till. $\rangle|^2$

Betydelsen av $\langle \; | \; \rangle$: komplext tal,

$| \; \rangle$ är som en vector, till ex: $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$

$\langle \; |$ är komplex-transponat av en vektor:

$$(b_1^*, b_2^*, b_3^*) = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}^{*T}$$

$\langle \; | \; \rangle$ är en skalärprodukt:

$$(b, a) = (b_1^*, b_2^*, b_3^*) \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1^* + a_2 b_2^* + a_3 b_3^*$$

Exempel: sändare (source) och en position

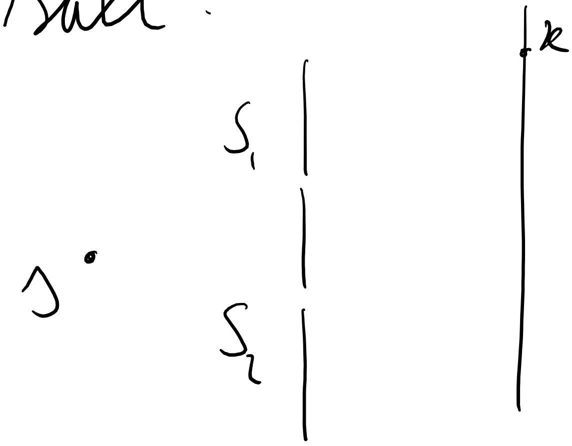
S $\quad x$ på en skärm:

x amplitud för att en partikel skickas

en partikel skickas från s till x:

$\langle x | s \rangle$

② Nu kan det inträffa på två olika sätt:



$\langle x | s \rangle$

$= \langle x | s \rangle_{\text{via } S_1} + \langle x | s \rangle_{\text{via } S_2}$

Då blir sannolikhet: $P = \left| \langle x | s \rangle_{\text{via } S_1} + \langle x | s \rangle_{\text{via } S_2} \right|^2$

③ Vi delar upp $\langle x | s \rangle_{\text{via } S_1}$ i två steg, som både måste inträffa:

Från s till S_1: $\langle 1 | s \rangle$

Från S_1 till x: $\langle x | 1 \rangle$

Eftersom både måste inträffa multiplicerar vi amplituderna:

$\langle x | s \rangle_{\text{via } S_1} = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle$

$$\langle x|s\rangle_{\text{via } S_1} = \langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle$$

$$\langle x|s\rangle_{\text{via } S_2} = \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle$$

Totalt får vi:

$$\langle x|s\rangle = \langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle + \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle$$

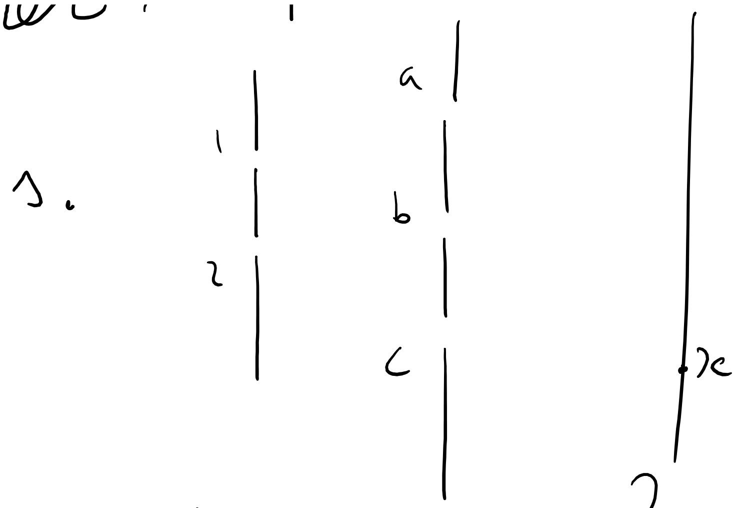
Eftersom $\langle \ | \ \rangle$ är ett tal, kan vi byta ordning: $\langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle = \langle 1|s\rangle\langle x|1\rangle$ men vi brukar ordna 'från höger till vänster'.

4) Om vi har partiklar som agerar oberoende, och vi vill veta vad som händer med dem var för sig: multiplicera amplituderna!

part. 1 från s_1 till a, och part 2 från s_2 till b:

$$\phi = \langle a|s_1\rangle\langle b|s_2\rangle$$

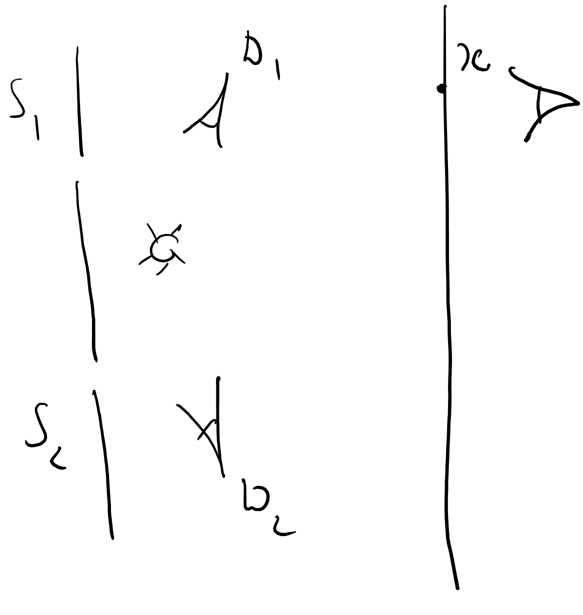
Mer komplicerat fall:



Vad blir $\langle x | s \rangle$?

$$\langle x | s \rangle = \langle x | a \rangle \langle a | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle +$$
$$\langle x | a \rangle \langle a | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle +$$
$$\vdots$$
$$\langle x | c \rangle \langle c | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle$$ sex termer.

$$= \sum_{\substack{i=1,2 \\ \alpha = a,b,c}} \langle x | \alpha \rangle \langle \alpha | i \rangle \langle i | s \rangle$$



Dubbelspalt exp: $\boxed{3}$

Utan lampa:

$$\langle x|s\rangle = \langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle + \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle$$
$$= \phi_1 + \phi_2$$

Med lampan:

amplitud att e^- vid S_1 sprider foton till D_1 : a

" " e^- vid S_2 " " " D_2 : a

" " e^- vid S_1 " " " D_2 : b

" " e^- vid S_2 " " " D_1 : b

Ljus med kort våglängd : $b \sim 0$

" " lång " : $b \sim a$

Vad blir amplituderna?

Amplitud för e^- från s till x, via S_1 och foton i D_1 : $\langle x|1\rangle\, a\, \langle 1|s\rangle$

e^- från s till x, via S_2 och foton i D_1 :

$$\langle x|2\rangle\, b\, \langle 2|s\rangle$$

Det är två, icke-skiljbara sätt för en e^- från s till x, och en foton i D_1, så:

$$\left\langle {e^- \text{ i } x \atop \text{foton i } D_1} \right| e^- \text{ från } s\rangle = \langle x, D_1 | s\rangle = a\phi_1 + b\phi_2$$

På samma sätt: $\langle x, D_2 | s\rangle = b\phi_1 + a\phi_2$

Om vi tittar på händelser, med en foton i D_1:

$$P(e^- \text{ i } x, \text{foton i } D_1) = \left| \left\langle {e^- \text{ i } x \atop \text{fot. i } D_1} \right| e^- \text{ från } s\rangle \right|^2$$

$$= |\langle x, D_1 | s\rangle|^2 = |a\phi_1 + b\phi_2|^2$$

ljus kort våglängd: $b \sim 0$: $P = |a|^2 |\phi_1|^2$

" lång " : $b \sim a$ $P = |a|^2 |\phi_1 + \phi_2|^2$

$\hookrightarrow$ interferens!

Om vi tittar på alla händelser (bryr oss inte om var fotonen hamnar):

Två skiljbara slut tillstånd: $\left\langle {e^- \text{ i } x \atop \text{fot. i } D_1} \right|$

och $\left\langle {e^- \text{ i } x \atop \text{fot i } D_2} \right|$. Måste addera amplituden:

$$P(e^- \text{ i } x, \text{fot i } D_1 \text{ eller } D_2) = |\langle x, D_1 | s\rangle|^2 + |\langle x, D_2 | s\rangle|^2$$

$$P(e^- \text{ i } x, \text{ fot i } D_1 \text{ eller } D_2) = |\langle x, D_1 | s\rangle| + |\langle x, D_2 | s\rangle|$$

$$= |a\phi_1 + b\phi_2|^2 + |b\phi_1 + a\phi_2|^2$$

$b \sim 0$: $P = |a|^2 |\phi_1|^2 + |a|^2 |\phi_2|^2$: ingen interferens

$b \sim a$: $P = 2|a|^2 |\phi_1 + \phi_2|^2$: interferens!