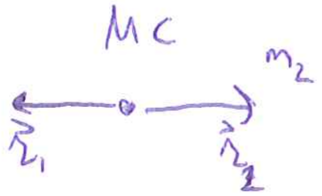
Identiska partiklar & spridning

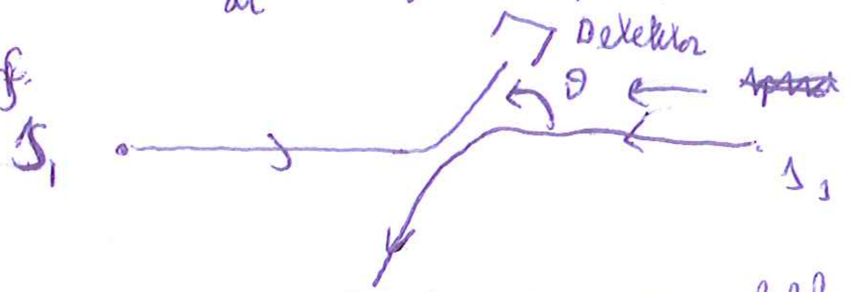
Spridnings experiment: två partiklar skjuts till varandra, och vi tittar i masscentrum-system: före och efter kollisionen har partiklarna motriktad rörelsemängd:



$m_1\vec{r}_1 = -m_2\vec{r}_2$

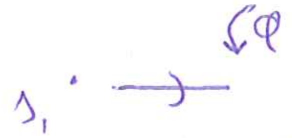
$\hookrightarrow m_1\frac{d\vec{r}_1}{dt} = -m_2\frac{d\vec{r}_2}{dt} \Leftrightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

I:



För varje vinkel har vi en sannolikhets amplitud $f(\vartheta)$; för ~~en~~ händelsen att en partikel från s_1 sprids med vinkel ϑ.

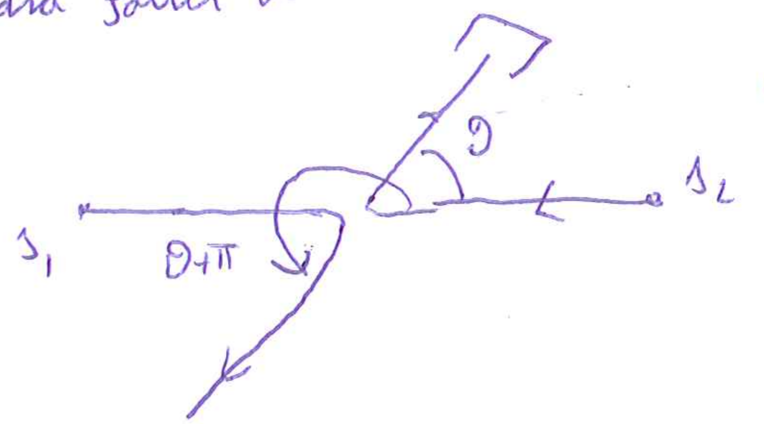
Vi antar att vi har cylindrisk symmetri:



f beror inte på φ.

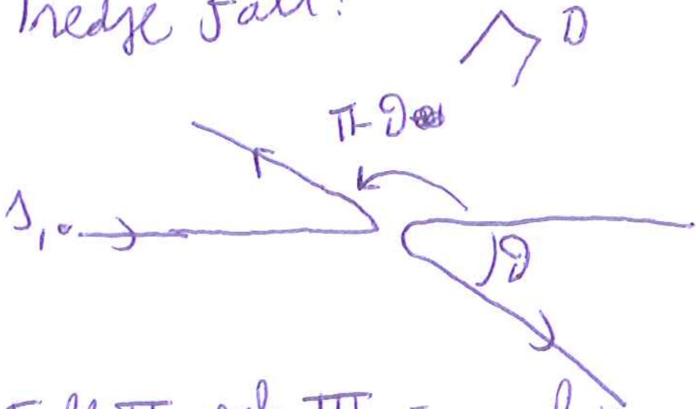
Andra fallet vi tittar på:

II



Amplituden: $f(\vartheta+\pi)$

Tredje fall:



Amplituden är $f(\pi-\vartheta)$

Fall II och III är relaterade genom att rotera i φ riktning över π. Så, de har samma amplitud:

$$f(\pi-\vartheta) = f(\pi+\vartheta) \quad (*)$$

Klassiskt kan vi alltid följa banorna, så vi vet alltid om en viss partikel kommer från s_1 ell. s_2.

För kvantmekaniska partiklar som är identiska kan vi inte det.

Nu tittar vi på I och II, och undrar vad är ~~amplituden~~ sannolikheten att vi får en partikel i detektorn?

Om partiklarna från s_1 och s_2 är olika: addera sannolikheter:

$$P = |f(\vartheta)|^2 + |f(\vartheta+\pi)|^2 = |f(\vartheta)|^2 + |f(\pi-\vartheta)|^2$$

Ex: proton och elektron, α-kärna och proton, osv.

Om partiklarna från s_1 och s_2 är identiska:
'lägg ihop' amplituderna:

Till ex: 2 α-partiklar, 2 elektroner med samma spinn (
(vi återkommer till det!)

Hur lägger vi ihop amplituderna?
Exp. visar att vi inte alltid måste addera de!

Om vi har två händelser / processer, som skiljer sig på så sätt att två indentiska partiklar har bytt platts (part. från s_1 till D_1 ell. partikeln från s_2 gör det), då måste amplituderna adderas, eller subtraheras:

$$P = |f(\theta) \pm f(\theta + \pi)|^2 = |f(\theta) \pm f(\pi - \theta)|^2$$

Vilket tecken: beror på vilken slags partikel.
+ tecken: bosoner
− tecken: fermioner

Exempel på fermioner: elektron, proton, neutron; partiklar som består av en udda antal fermioner.
fermioner har halvtaligt spin: $s = \frac{1}{2}$ för e^-, p^+, n : förekommer i ~~två~~ spinet av e^-: ↑ eller ↓

Ex. på bosoner: fotoner, partiklar som består av ett ~~fe~~ jämnt antal fermioner (+ godtycklig antal bosoner).
bosoner har heltalig spin.

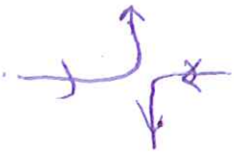
Så för identiska bosoner: $P = |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$
" fermioner $P = |f(\theta) - f(\pi - \theta)|^2$

Sannolikhet för en träff i en detektor vid vinkel θ i en spridningsexp:

Särskiljbara partiklar: $P_{s.p.} = |f(\theta)|^2 + |f(\pi+\theta)|^2$
$= |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2$

identiska bosoner: $P_{i.b.} = |f(\theta) + f(\pi+\theta)|^2 = |f(\theta) + f(\pi-\theta)|^2$

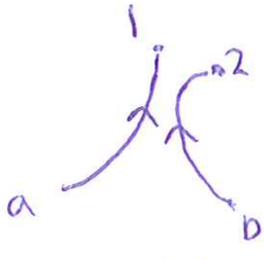
" fermioner (samma spin!) $P_{i.f.} = |f(\theta) - f(\pi+\theta)|^2 = |f(\theta) - f(\pi-\theta)|^2$

Ex: vid $\theta = \pi/2$:  : $P_{s.p.}(\pi/2) = 2|f(\pi/2)|^2$

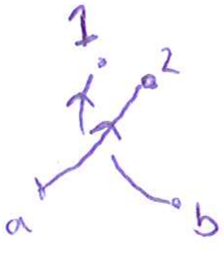
interferens! $\Leftarrow$ $\begin{cases} P_{i.b.}(\pi/2) = 4|f(\pi/2)|^2 \\ P_{i.f.}(\pi/2) = 0 \end{cases}$

Nu tittar vi på en situation att två partiklar skickas från a och b, till tillstånd 1, och 2:

Två olika händelser:



och



(Senare: titta på fallet "1 = 2")

Vad är sannolikhet att vi har en träff i detektor 1 & 2

Särskiljbara partiklar: (addera sannolikheter):

$$P_{s.p.} = |\langle 1|a\rangle \langle 2|b\rangle|^2 + |\langle 2|a\rangle \langle 1|b\rangle|^2$$
$$= |a_1|^2 |b_2|^2 + |a_2|^2 |b_1|^2$$

För identiska bosoner: addera amplituden först,
" fermioner: subtrahera " " :

$$P_{i.b.} = |\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle + \langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle|^2$$
$$= |a_1 b_2 + a_2 b_1|^2$$

$$P_{i.f} = |\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle - \langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle|^2$$
$$= |a_1 b_2 - a_2 b_1|^2$$

Igen: interferens för identiska partiklar!

Nu antar vi att vi har bara en detektor, eller att tillstånd $1 = 2$: så: $a_1 = a_2 = a$; $b_1 = b_2 = b$.

$$P_{s.p.} = 2|a|^2 |b|^2$$

$$P_{i.b.} = 4|a|^2|b|^2 = 2P_{s.p.}$$

$$P_{i.f.} = 0.$$

Bosoner har en större chans att vara i samma tillstånd;
fermioner kan inte vara i samma tillstånd
Detta är 'Pauli principen' eller "Pauli's uteslutnings princip".
Pauli's princip är viktig för att förklara ~~[illegible]~~ periodiska systemet.
Varje rumsliga tillstånd har bara plats för två elektroner, en med spin upp och för spin ned (mer om spin nästa gång)
Så: atomer har en viss utsträckning (osäkerhetsprincipen) och är alla olika!