Amplituder & Sannolikheter:

1) För varje händelse har vi en
   ϕ: sannolikhetsamplitud, komplex tal, faser!
   $P = |\phi|^2$: sannolikhet att händelsen inträffar

2) Om en händelse kan inträffa på icke skiljbara sätt:
   $\phi = \phi_1 + \phi_2$, och $P = |\phi|^2 = |\phi_1 + \phi_2|^2$: interferens!

3) Två sätt vi kan skilja på: $P = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$
   $= P_1 + P_2$.

Kvantfysik: ger oss sannolikheter, så den är ~~indeterminist~~ in-deterministisk! Inte en brist, så funkar naturen!

Vi inför Dirac notation för amplituden:

Amplitud för en händelse: $\phi = \langle$ slut tillstånd $|$ start tillstånd $\rangle$

$P = |\phi|^2 = |\langle$ slut till. $|$ start tills. $\rangle|^2$

Notationen betyder: $\langle \; | \; \rangle$ är ett tal och

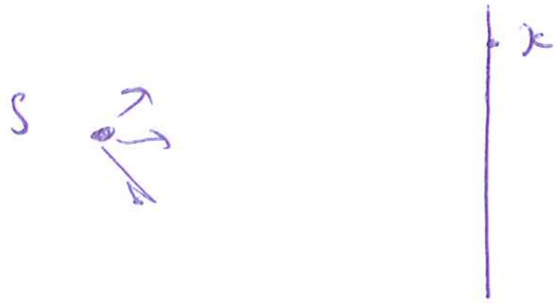
$| \; \rangle$ är som en vektor, till ex. $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$.

$\langle \; |$ är complex-transponat av en vektor: (b_1^*, b_2^*, b_3^*)
$= \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}^{*T}$

$\langle \; | \; \rangle$ är som ett skalär produkt!
$a_1 b_1^* + a_2 b_2^* + a_3 b_3^* = (b_1^*, b_2^*, b_3^*) \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$

Om vi har en sändare och ett skärm:

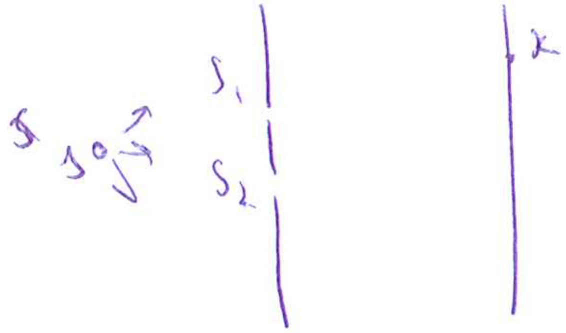
1)



Amplitud att en partikel sändas vid ~~x~~ s och hamnar ~~de~~ vid x:

$$\langle x | s \rangle$$

2) Flera sätt att detta ~~h~~ kan hända:



$$\langle x | s \rangle = \langle x | s \rangle_{\text{via } S_1} + \langle x | s \rangle_{\text{via } S_2}$$

Så då: $P = |\langle x | s \rangle|^2$

$$= \left| \langle x | s \rangle_{\text{via } S_1} + \langle x | s \rangle_{\text{via } S_2} \right|^2$$

3) Vi kan dela upp $\langle x | s \rangle_{\text{via } S_1}$ i ~~tv~~ två steg:

$\langle 1 | s \rangle$: från ~~s~~ s till S_1

$\langle x | 1 \rangle$ från 1 till x.

För processen $\langle x | s \rangle_{\text{via } S_1}$ måste båda inträffa, så vi multiplicera dem:

$$\langle x | s \rangle_{\text{via } S_1} = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle$$

$$\langle x | s \rangle_{\text{via } S_2} = \langle x | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle$$

Så vi får $\langle x | s \rangle = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle + \langle x | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle$

Obs: $\langle\ |\ \rangle$ är ett tal, så vi har:

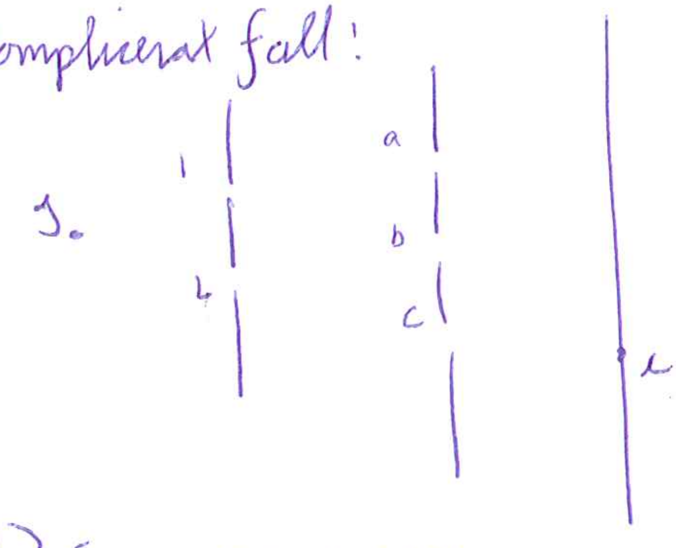
$$\langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle = \langle 1|s\rangle\langle x|1\rangle,$$ men ordningen i vänster leden är praktiskt, ordnad ~~fr~~ från höger till vänster.

4) Om vi har partiklar som agera oberoende, och vi vill veta en amplitud för att något händer med de var för sig då multiplicera vi amplituderna!

Ex: partikel 1 från s_1 till a och
" 2 " s_2 " b

→ amplitud: $\langle a|s_1\rangle\langle b|s_2\rangle$

Mer komplicerat fall:

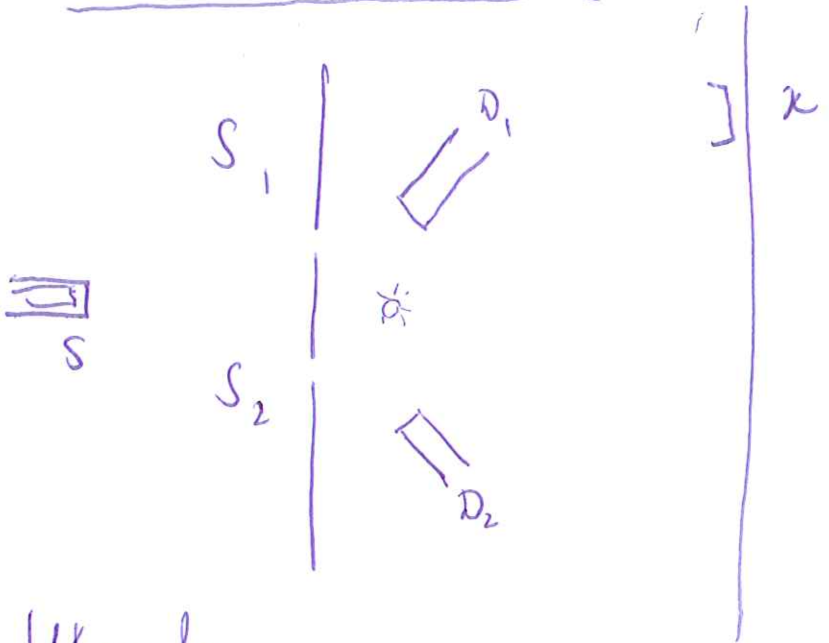


$$\langle x|s\rangle = \langle x|a\rangle\langle a|1\rangle\langle 1|s\rangle + \langle x|b\rangle\langle b|1\rangle\langle 1|s\rangle + \langle x|c\rangle\langle c|1\rangle\langle 1|s\rangle$$

$$+ \langle x|a\rangle\langle a|2\rangle\langle 2|s\rangle + \dots$$

$$= \sum_{\substack{i=1,2 \\ \alpha=a,b,c}} \langle x|\alpha\rangle\langle\alpha|i\rangle\langle i|s\rangle$$

Dubbelspalt exp. igen:



Utan lampa: $\langle x|s\rangle = \langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle + \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle$

$= \phi_1 + \phi_2$.

Med lampa: a amplitud att en e^- vid S_1 sprider foton till D_1

a " " " e^- " S_2 " " " D_2

b " " " e^- vid S_1 " " " D_2

b " " " e^- vid S_2 " " " D_1

~~Igen~~ Ljuset från lampa ~~kort~~ kortvågig: $b \approx 0$

långvågig $a \approx b$

Amplituden: e^- från s till x, ~~och~~ via S_1, och foton i D_1:

$\langle x|1\rangle\, a\, \langle 1|s\rangle$

e^- från s till x, via S_2 och foton i D_1:

$\langle x|2\rangle\, b\, \langle 2|s\rangle$

~~Ger två sätt, som vi inte kan skilja på,~~ för ett e^- vid x, och foton i D_1!

Två icke-skiljbara sätt för att få en e^- vid x

och en foton i D_1

Så: $\left\langle \begin{matrix} e^- \text{ i } x \\ \text{foton } D_1 \end{matrix} \middle| e^- \text{ från } s \right\rangle = a\phi_1 + b\phi_2$

På samma sätt:

$$\left\langle \begin{matrix} e^- \text{ i } x \\ \text{foton i } D_2 \end{matrix} \middle| e^- \text{ från } s \right\rangle = b\phi_1 + a\phi_2$$

Om vi tittar på händelse med foton i D_1:

$$P(e^- \text{ i } x, \text{ foton } D_1) = \left| \left\langle \begin{matrix} e^- \text{ i } x \\ \text{foton } D_1 \end{matrix} \middle| e^- \text{ från } s \right\rangle \right|^2$$

$$= |a\phi_1 + b\phi_2|^2$$

kortvågig ljus: $b \sim 0 \rightsquigarrow P = |a|^2 |\phi_1|^2$

lång " " $a \sim b \rightsquigarrow P = |a|^2 |\phi_1 + \phi_2|^2$ interferens!

Om vi inte bryr oss om var vi har fotonen:

$$P(e^- \text{ i } x, \text{ fot. in } D_1 \text{ eller } D_2) = \left| \left\langle \begin{matrix} e^- \text{ i } x \\ \text{foton i } D_1 \end{matrix} \middle| s \right\rangle \right|^2 + \left| \left\langle \begin{matrix} e^- \text{ i } x \\ \text{fot. i } D_2 \end{matrix} \middle| s \right\rangle \right|^2$$

sluttillstånd är olika, så vi ~~då~~ addera sannolikheterna!

$$= |a\phi_1 + b\phi_2|^2 + |b\phi_1 + a\phi_2|^2$$

$b \sim 0 \Rightarrow P = |a|^2 (|\phi_1|^2 + |\phi_2|^2)$ ingen interferens

$a \sim b \Rightarrow P = 2|a|^2 (|\phi_1 + \phi_2|^2)$ interferens