Översikt av kursen:

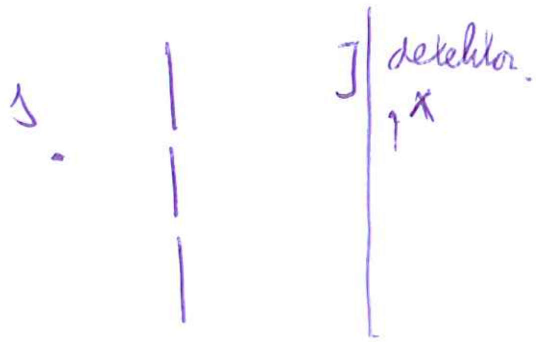
* Våg-partikel dualitet av ljus:

Young: våg

Svartkroppstrålning & photoelektrisk effekt: partiklar, $E = \hbar\omega$; $p = \hbar k$

Partiklar har våglängd: de Broglie: $\lambda = \frac{h}{p}$

Dubbelspalt experimentet:



Kulor: $P_{12} = P_1 + P_2$

↳ i detektor som klumpar!

Vågor: $I_{12} = |h_1 + h_2|^2 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \neq I_1 + I_2$

Interferens!

↳ energi i detektor inte i klumpar, kontinuerlig!

Elektroner: $I_{12} = |h_1 + h_2|^2$ Interferens.

Men: e^- i detektor som klumpar!

Bara interferens ~~Om~~ om vi inte vet / kan veta vilken väg e^- tar!

Regler i allmänhet:

1) Sannolikhet för en händelse: $P = |\phi|^2$, med

ϕ sannolikhets amplitud

2) Händelse kan inträffa på två sätt, som man inte

kan särskilja: $\phi = \phi_1 + \phi_2 \Rightarrow P = |\phi|^2 = |\phi_1 + \phi_2|^2$

Interferens!

3) Om man kan skilja händelserna: $P = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$

Ingen interferens

Osäkerhets relationen:

'Följer' från vågnaturen av partiklar, och $p = \frac{h}{\lambda}$:

$$\Delta x \, \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Man kan bestämma Δx eller p_x noggrant, men inte

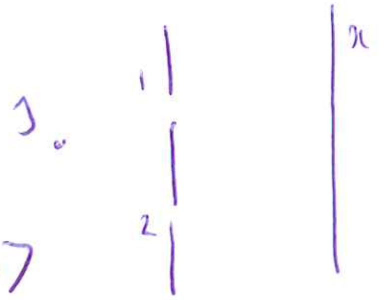
samtidigt.

§ Ger oss ett mått på storleken av en väte atom!

Amplituder, Dirac notation:

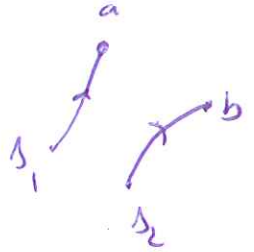
* Sannolikhets amplitud: $\langle \text{slut tillstånd} \mid \text{start tillstånd} \rangle$

* delas upp i olika steg:



$$\langle x|s\rangle = \langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle + \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle$$

* partiklar som inte påverkar varandra:



$$\langle a|s_1\rangle\langle b|s_2\rangle$$

Spridning & identiska partiklar:

Vad är sannolikhet att ha en träff i både detektor 1 och detektor 2?

* Särskiljbara partiklar: $P = |\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle|^2 + |\langle 1|b\rangle\langle 2|a\rangle|^2$

* Identiska partiklar $P = |\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle \pm \langle 1|b\rangle\langle 2|a\rangle|^2$

byt plats på två bosoner: +
" " " " fermioner: −

Om 1 och 2 är samma tillstånd: $\underline{P = 0}$ för fermioner

Pauli principen

('Bosoner är sociala')
('Fermioner är asociala')

Spinn och Stern-Gerlach

Spinn: $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$

elektronen

Spinkvantal för en partikel: $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$

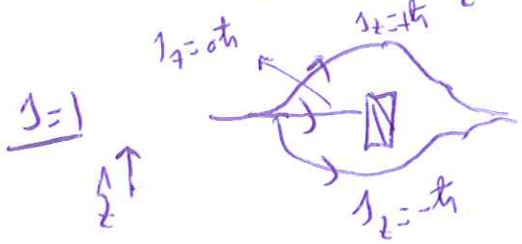
Mätvärden: $\begin{cases} s_z = -\hbar s, -\hbar(s-1), \dots \hbar(s-1), \hbar s & \text{(samma för } s_x, s_y) \\ |\vec{s}| = \hbar\sqrt{s(s+1)} \end{cases}$

Kan bara bestämma en av s_x, s_y, s_z (och $|\vec{s}|$).

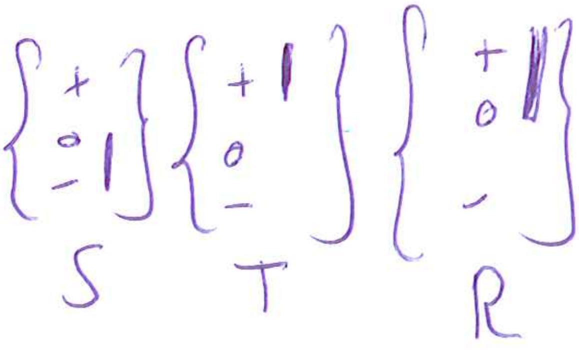
s heltal: boson; s halvtal: fermioner

Stern-Gerlach apparater: Sorterar ut partiklar med

~~att~~ olika s_z (som ex):



Kombinationer:



$$\langle -R | 0T \rangle \langle 0T | +S \rangle + \langle -R | -T \rangle \langle -T | +S \rangle$$

Mer Dirac:

Amplituden: $\langle x | \phi \rangle$, Sannolikhet $P = |\langle x | \phi \rangle|^2$

$|x\rangle$: tillstånd, $\langle x|$ innehåller samma information.

$\langle x|$: bra (vektorer)

$|x\rangle$: ket

Operatorer: $|x\rangle\langle\phi|$; verkar på ett tillstånd, och ger en ny!

(matris)

$$\left(|x\rangle\langle\phi|\right) \underset{\text{tillstånd}}{|\psi\rangle} = |x\rangle \underbrace{\langle\phi|\psi\rangle}_{\text{ett tal, } a} = \underset{\text{nytt tillstånd!}}{a|x\rangle}$$

En apparat beskrivs av en operator:

$$|x\rangle \rightarrow \overset{A}{\boxed{}} \rightarrow |\phi\rangle$$

$A|x\rangle = |\phi\rangle$, Amplituden skrivs som $\langle\psi|A|x\rangle$

Bas tillstånd: används för att uttrycka generella tillstånd

För varje mätvärde finns ett bastillstånd:

$s=1$: $|+1\rangle; |0\rangle; |-1\rangle$ (diskret)

läge: $|x\rangle$ (kontinuerlig)

Relationer:

Diskret: | **Kontinuerlig**

- $\langle i | j \rangle = \delta_{ij}$ $\qquad$ $\langle x | x' \rangle = \delta(x - x')$

- $\sum_i |i\rangle\langle i| = \mathbb{1}$ $\qquad$ $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, |x\rangle\langle x| = \mathbb{1}$

enhedsoperator

$$\mathbb{1}|\psi\rangle = \sum_i |i\rangle \underbrace{\langle i|\psi\rangle}_{=c_i}$$

$$= \sum_i c_i |i\rangle$$

$$|\psi\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, |x\rangle \underbrace{\langle x|\psi\rangle}_{\psi(x)} dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)\, |x\rangle\, dx$$

bølgefunktion!

- $P(|\psi\rangle \to |i\rangle) = |\langle i|\psi\rangle|^2$

$$= |c_i|^2$$

$$P(a < x < b) = \int_a^b |\psi(x)|^2 dx$$

Normering: $\sum_i |c_i|^2 = 1$

$|\psi(x)|^2$: slh. densitet

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

- $\langle \phi | x \rangle = \langle x | \phi \rangle^*$

$$\langle \phi | \mathbb{1} | x \rangle = \sum_i \underbrace{\langle \phi | i \rangle}_{b_i^*} \underbrace{\langle i | x \rangle}_{a_i}$$

$$= \sum_i b_i^* a_i$$

$$\langle \phi | x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \phi | x \rangle \langle x | x \rangle\, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \phi^*(x)\, \psi(x)\, dx$$

Om vi gör en mätning på $|\psi\rangle$:

efter mätningen kollapsar $|\psi\rangle$ till bastillståndet

som motsvarar mätvärdet: $|\psi\rangle \xrightarrow{s_z=-\hbar} |-\rangle$

Bastillstånden har bestämda värden för storheten

dem ~~som~~ är associerade till

$|+\rangle$ har bestämd $s_z = +\hbar$

$|x\rangle$ har bestämd läge x

Tids utveckling & Schrödinger ekvationen

Diskret: $i\hbar \frac{dc_i(t)}{dt} = \sum_i H_{ij} c_j(t)$ TBSE

Kontinu: $i\hbar \frac{d\psi(x,t)}{dt} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\psi(x,t)$

Stationära tillstånd:

* Tidsberoende är: $|\psi(t)\rangle = e^{-iEt/\hbar}|\psi(0)\rangle$
* har bestämd energi E
* alla sannolikheter är tidsoberoende : stationärt

Om vi letar efter tillstånd med bestämd energi:

$\psi_E(x,t) = e^{-iEt/\hbar}\phi_E(x)$

$\phi_E(x)$ uppfyller

$$\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V(x)\right)\phi_E(x) = E\,\phi_E(x) \qquad \text{TOSE}$$

E är systemets totala energi

$\psi_E(x,t)$ är en bas: $\psi(x,t)=\sum_E c_E\,\psi_E(x,t)$

För en konstant potential: $V(x)=V_0$

$$\phi_E(x) = a e^{kx} + b e^{-kx}, \quad k=\sqrt{2m(V_0-E)/\hbar^2}, \text{ om}$$

$E < V_0$: klassiskt förbjuden!

$$\phi_E(x) = a\sin(kx)+b\cos(kx), \quad k=\sqrt{2m(E-V_0)/\hbar^2}$$

- Oändlig potential grop: energierna är kvantiserade:

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}, \text{ med } n=1,2,\dots$$

- Bundna system: E kvantiserat ($E<V_{max}$)
- Obundna system E kontinuerlig ($E>V_{max}$)